Die graphische Logik von Charles S. Peirce und die semiotischen Grundlagen des Denkens*

Martin Siefkes, Technische Universität Berlin

* Copyright © 2005 Martin Siefkes. Dieses Werk wird unter den Bedingungen der „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen Deutschland"-Lizenz (abgekürzt „CC BY-SA") in der Version 3.0 veröffentlicht. Der Text der Lizenz ist unter der Internetadresse http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de erhältlich.

Inhalt

Bisweilen habe ich das Gefühl, das, was sich ergibt, ist identisch mit dem, was sich nicht ergibt […], und doch geht es um unser Leben und vergeht unser Leben damit, daß wir auswählen und ablehnen und entscheiden, daß wir eine Linie ziehen, welche diese identischen Dinge trennt und aus unserer Geschichte eine einzigartige Geschichte macht.

Xavier Marías, „Mein Herz so weiß"

Draw a distinction.

George Spencer-Brown, „Laws of Form"

1. Einführung

1.1 Modelle des Denkens

John R. Lucas argumentierte 1961 in seinem Artikel „Minds, Machines and Gödel"[1] gegen die Auffassung, dass das Gehirn wie ein Computer funktioniert („computationalism"). Obwohl es nie überzeugende Indizien für diese Auffassung gab, wurde sie zu dieser Zeit von den Anhängern der „Künstliche Intelligenz"-Forschung gerne als Faktum hingestellt, auf dessen Grundlage ihre Behauptungen, in wenigen Jahrzehnten, wenn nicht Jahren einen Computer mit einer dem Menschen in allen Gebieten ebenbürtigen Intelligenz zu bauen, erst gemacht werden konnten.

Weniger verständlich als solche durch Betriebsblindheit erklärbaren Äußerungen ist, dass viele Philosophen begannen, diese Auffassung zu übernehmen. Lucas' Artikel löste daher nicht enden wollende Debatten aus, ebenso wie zwanzig Jahre später das „Chinese Room"-Gedankenexperiment von John Searle.[2] Roger Penrose veröffentlichte schließlich 1989 eine sehr detaillierte und fundierte Argumentation wiederum auf der Grundlage von Gödels Theorem,[3] die er 1994 noch einmal auf 200 Seiten unter Berücksichtigung aller bekannten Einwände präzisierte.[4]

Vielleicht der wichtigste Grund für die Überzeugungskraft, die der „computationalism" gerade auf Geisteswissenschaftler ausübte, bestand darin, dass er überhaupt ein präzises Modell des Denkens anbot, auf dessen Grundlage Theorien entwickelt werden konnten. Im Moment sieht es für dieses Modell des Denkens nicht gut aus. Es sollten daher alle plausiblen Alternativen in Betracht gezogen werden.

In dieser Arbeit möchte ich argumentieren, dass das Peircesche Zeichenmodell, verbunden mit seiner Logik, das Potential für ein solches Modell besitzt. Insbesondere werde ich versuchen, den Peirceschen Zeichen-„Dekalog" mit den Existenzgraphen in Verbindung zu bringen und einige Hinweise auf die damit entstehenden Möglichkeiten zu geben.

---

[1] In: *Philosophy 36* (1961): 112-127. Nachgedruckt in: Kenneth M. Sayre and Frederick J. Crosson (Hg.) (1963), *The Modeling of Mind. Computers and Intelligence.* Notre Dame (IN): University of Notre Dame Press: 255-271, sowie in: Alan Ross Anderson (Hg.) (1964), *Minds and Machines.* Englewood Cliffs: Prentice Hall: 43-59.

[2] Searle 1980.

[3] Für eine gut lesbare Einführung in die Thematik der Gödelschen Theoreme und ihrer Konsequenzen für die Theorie formaler Systeme siehe DeLong 1970: Kap. 4 und 5.

[4] Penrose 1989 und 1994.

2. Merrell und der Peircesche Zeichen-Dekalog

2.1 Denken in Zeichen

Peirce geht davon aus, dass Denken generell in Zeichen stattfindet, die bei ihm „phanerons“ (‚Gedankenzeichen‘) genannt werden.

In seinem „Zeichen-Dekalog“ konstruiert er eine Übersicht der Zeichen. Die Grundstruktur des Zeichen-Dekalogs basiert auf zwei triadischen Gliederungen: Zum einen der Aufteilung in Repräsentamen (R), Objekt (O) und Interpretant (I), zum anderen deren Unterscheidung nach den Peirceschen Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit. Durch zweimalige Anwendung der Savanschen Qualifikationsregel (siehe Abschnitt 2.3) entsteht eine Liste von zehn Zeichentypen.

Das wichtigste Merkmal des Zeichen-Dekalogs ist daher tatsächlich sein fundamentales Verhältnis zu einem der zentralen Peirceschen Konzepte: der Dreigliederung aller Relationen in Monaden, Dyaden und Triaden. Zentral dabei ist die Peircesche Reduktionsthese, die zum einen aussagt, dass sich alle höherwertigen Relationen (Tetraden usw.) auf Triaden reduzieren lassen, zum anderen, dass es genuine Triaden gibt, die sich nicht weiter reduzieren lassen. Die Gültigkeit der Reduktionsthese ist wohl das wichtigste Merkmal dafür, ob man es bei einer entsprechenden Unterscheidung tatsächlich mit Monaden, Dyaden und Triaden im Peirceschen Sinne zu tun hat. Sie wird in Abschnitt 3.2 untersucht werden und uns eine Verbindung des Zeichen-Dekalogs zur graphischen Logik von Peirce aufzeigen.

Floyd Merrell hat sich mit dem Zeichen-Dekalog auseinandergesetzt und einige seiner Möglichkeiten aufgezeigt.[5] In Abschnitt 2.3 wird eine Darstellung in Anlehnung an die Merrellsche Interpretation des Dekalogs gegeben. Dabei können wir zum einen seine Leistungsfähigkeit überprüfen: Wir werden sehen, dass er die Möglichkeit bietet, eine breite Palette von gedanklichen Zeichenphänomenen abzudecken, und dass sich die verschiedenen Zeichenkategorien recht präzise voneinander abgrenzen lassen. Zum anderen jedoch soll die Untersuchung des Zeichen-Dekalogs vor allem die Funktionsweise seines Konstruktionsprinzips beleuchten, die aus einer Anwendung der Peirceschen Kategorienlehre auf die drei Teile des Zeichens R, O und I besteht, und die Plausibilität des dadurch gewonnenen Ergebnisses betrachten.

2.2 Die Rolle des Interpretanten

Bevor wir den Zeichen-Dekalog untersuchen, ist eine klärende Anmerkung zum Verständnis des Peirceschen Zeichenmodells angebracht. In der Literatur zu Peirce erscheint die Deutung von Repräsentamen und Objekt des Zeichens als relativ einheitlich, weshalb ich auf eine Erläuterung verzichte.[6] Leider gilt das nicht für den Interpretanten, so dass ich die in dieser Arbeit zugrunde liegende Auffassung dieses Teils der Triade kurz darstelle.

Der Interpretant steht zwischen Repräsentamen und Objekt, er stellt die Beziehung zwischen ihnen her. Dabei geht Peirce von der Rolle des Interpreten aus: Er verweist darauf, dass erst eine bestimmte Information in einem Gehirn die Interpretation eines Zeichens möglich macht; diese nennt Peirce den *Interpretant* des Zeichens. Dabei kann es sich um eine spontane Assoziation handeln (Erstheit: eine Möglichkeit), um eine spezifische Erinnerung (Zweitheit: ein Einzelfaktum), oder um ein Wissen über allgemeine Gesetzmäßigkeiten (Drittheit: eine Regel).[7] In allen drei Fällen handelt es sich um den Interpretanten des jeweiligen Zeichens, den wir daher schon in seinen drei Varianten kennen gelernt haben.

Bei einem Symbol (also im Bereich der Drittheit) lässt sich der Interpretant noch genauer beschrei-

---

5 Merrell 1995: Kap. 4; Merrell 1997; Merrell 1998: 2ff.

6 Siehe z.B. Kappner 2004: 122-130. Zum Interpretanten: ebd.: 131-145. Kappner klärt auch die Grundlagen des Zeichen-Modells und seine Einordnung in die Peircesche Philosophie und Semiotik: ebd.: 105-122.

7 Kappner 2004: 134.

ben. Die Information eines Symbols (z.B. eines Begriffs, der bei Peirce zu den Symbolen gehört)[8] definiert Peirce als Produkt aus Extension und Komprehension.[9] Im Gegensatz zur Auffassung der logischen Positivisten ist hier die Komprehension (= Intension) nicht bloß ein Mittel zur Bestimmung der Extension; beide sind gleichermaßen Bestandteil der Information. Das lässt sich damit begründen, dass ein Zeichenbenutzer nie die gesamte Komprehension eines Symbols kennt – und selbst wenn, wäre er nicht in der Lage, sie auf alle Objekte nacheinander anzuwenden. So ist für einen Zeichenbenutzer das Wissen, welche Eigenschaften z.B. einem Auto zukommen („hat einen Motor", „dient der Fortbewegung") genauso wichtig wie das Wissen, welche Objekte Autos sind und welche nicht („ein PKW ist ein Auto", „ein Motorrad ist kein Auto").[10]

Der Interpretant stellt nun die Information, die ein einzelner Zeichenbenutzer über ein Symbol hat, dar; diese Information kann sich von der konventionellen Information, die für die große Mehrheit der Zeichenbenutzer charakteristisch ist, unterscheiden. Es leuchtet ein, dass sich dadurch für unterschiedliche Zeichenbenutzer unterschiedliche Objekte ergeben. Hier zeigt sich der große Vorteil der Zeichendefinition von Peirce gegenüber der von Saussure: Sie ist in der Lage, das Verständnis eines Symbols bei verschiedenen Zeichenbenutzern als unterschiedlich, aber in wesentlichen Punkten übereinstimmend[11] zu erklären. Kurz angemerkt sei, dass sie daher dem Widerspruch vieler Poststrukturalisten gegen das zu statische Saussuresche Zeichenmodell nicht unterliegt, ohne diesen Vorteil durch den Verzicht auf eine präzise Beschreibung der Zeichenfunktion zu erkaufen.[12]

2.3 Der Zeichen-Dekalog

In seinem Buch „Sensing Semiosis" gibt Merrell Beispiele für die 10 Zeichentypen des Peirceschen Zeichendekalogs an.[13] Basierend auf dieser Darstellung soll im folgenden eine kommentierte, um Präzisierung und Kohärenz bemühte Version des Zeichen-Dekalogs entworfen werden. Die hinzugefügten Erläuterungen sollen hauptsächlich die Zuordnungen der drei Elemente des Zeichens zu den drei Kategorien plausibel machen.

Ein Wort zur Konstruktion des Dekalogs: David Savan hat die dafür gebrauchte Regel als „Qualifikationsregel" formuliert.[14] Sie besteht darin, dass wir die ‚Wertigkeit' des Zeichens, d.h. die Einordnung seiner drei Bestandteile entsprechend den drei Peirceschen Kategorien, in der Reihenfolge $R_xO_yI_z$ mit $x, y, z \in \{1,2,3\}$; $x \geq y \geq z$ konstruieren. Beginnend beim Repräsentamen werden dabei

---

[8] Vgl. Abschnitt 2.3, Zeichen 8: rhematisches Symbol.

[9] Peirce 1931-1958, Bd. 1: 465.

[10] Kappner 2004: 133.

[11] Die Übereinstimmung ergibt sich hauptsächlich aus der Rezeption früherer Zeichenverwendungen (als Sender oder Empfänger), die im Kontext interpretiert werden und zu einer Extraktion von neuer Information (Merkmalen, die der Komprehension zugeordnet werden, sowie Vorkommnissen, die der Extension zugeordnet werden) führt. Diese dient zusammen mit der bereits vorhandenen Information (sofern diese nicht vergessen wurde) bei der jeweils nächsten Zeichenverwendung als Interpretant.

[12] Es erklärt die Differenzen, die dazu führen, dass kein Symbol-Token jemals genau das gleiche Objekt wie ein anderes Symbol-Token hat. Aus diesem Grund können sich zwei Zeichenbenutzer auch darüber streiten, ob ein bestimmtes Designobjekt ein Tisch ist oder kein Tisch ist. Je nachdem, welchen Interpretanten sie für „Tisch" besitzen, ordnen sie dem Begriff „Tisch" verschiedene Objekte zu. So erklärt es sich, dass ein bestimmtes Artefakt für den einen ein Objekt des Begriffs „Tisch" ist und für den anderen nicht, ohne dass notwendig einer von beiden sich irrt.

Dennoch bleibt Irrtum definierbar, nämlich als eine zu starke Abweichung von der „konventionellen Information" eines Begriffs, worunter die Schnittmenge der bei einer überwiegenden Mehrheit der Zeichenbenutzer anzutreffenden Informationen verstanden werden soll. Ich kann mich dabei in Extension wie in Komprehension irren: In der Extension irre ich mich, wenn das von mir nicht als Tisch erkannte Objekt durch Konvention ein Tisch ist – so ist z.B. ein Nierentisch eher untypisch für die Kategorie „Tisch", ist aber durch Konvention zu einem unzweifelhaften Mitglied der Kategorie geworden –; in der Komprehension irre ich mich, wenn das von mir nicht als Tisch erkannte Objekt die Merkmale besitzt, die hinreichend sind, um es zum Tisch zu machen.)

[13] Merrell 1998: 2ff. Eine weitere Darstellung des Dekalogs findet sich in Merrell 1997.

[14] Savan 1988: 14.

die Wertigkeiten zunächst des Objekts und in einer zweiten Anwendung der Regel des Interpretanten bestimmt. Die Regel besagt, dass Erstheit nur durch Erstheit qualifiziert werden kann; Zweitheit durch Erstheit und Zweitheit; Drittheit durch alle drei Kategorien.

Jede Kategorie kann also nur durch gleichwertige oder niedrigerwertige Kategorien qualifiziert werden. Es ergeben sich bei einmaliger Anwendung der Qualifikationsregel sechs geordnete Paare von Kategorienangaben: 1-1, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 3-3. Durch erneute Anwendung der Regel gelangen wir zu zehn Tripeln von Kategorienangaben: 1-1-1, 2-1-1, 2-2-1, 2-2-2, 3-1-1, 3-2-1, 3-2-2, 3-3-1, 3-3-2, 3-3-3. Diese Kategorientripel werden nun den drei Bestandteilen des Zeichens in der Reihenfolge R, O, I zugeordnet.[15] Es entstehen die folgenden Zeichen:

1. *Qualizeichen (qualisign)*

Zusammensetzung: $R_1O_1I_1$

Beschreibung: ein Gefühl, eine Wahrnehmung

Beispiel: die Wahrnehmung von „Bläue", die ich von einem blauen Objekt erhalte

Erläuterung: R, O und I befinden sich im Bereich der Erstheit, die Peirce mit Möglichkeit assoziiert. Möglichkeit bedeutet hier vor allem, dass noch keine klare Begrenzung des Objekts stattgefunden hat. Blauheit kann vielen Objekten zukommen; die Wahrnehmung von Bläue (R_1) zeigt mir, dass „da etwas ist", doch es gibt viele Möglichkeiten, was das sein kann (O_1).[16] I_1 bezieht sich darauf, dass ich nur einen Eindruck empfangen habe. Für einen I_2 wäre ein deutlich abgegrenztes Objekt vonnöten, dem ich meinen Eindruck „blau" als individuelle Eigenschaft zuordnen könnte; für einen I_3 müsste die Zuordnung aufgrund einer Regel erfolgen (z.B. wenn ich das Blau auf einem Bild als kunsthistorisch bekanntes Symbol deute). Für beides sind jedoch höherzahlige R und O vonnöten.

2. *Ikonisches Sinzeichen (iconic sinsign)*

Beschreibung: etwas noch nicht klar Unterschiedenes

Beispiel: ein Diagramm, solange ich noch nicht verstehe, was es bedeuten könnte

Zusammensetzung: $R_2O_1I_1$

Erläuterung: Das Repräsentamen befindet sich im Bereich der Zweitheit, d.h. es ist ein spezifisches Ding mit einer spezifischen Form, ohne als Token eines allgemeinen Typs (z.B. als Darstellung eines Schaltkreises) erkennbar zu sein, was es in den Bereich der „Drittheit" (der Regel) bringen würde.

3. *Rhematisches indexikalisches Sinzeichen (rhematic indexical sinsign)*

Zusammensetzung: $R_2O_2I_1$

Beschreibung: ein plötzliches Erkennen oder eine überraschte Reaktion angesichts eines Zeichens

Beispiele: ein Ausruf der Überraschung angesichts eines Bekannten; die plötzliche Ablenkung des Blicks durch eine Bewegung am Rand meines Blickfelds

Erläuterung: Das plötzliche Aufleuchten einer Reflexion am Rand meines Blickfelds ist ein Zeichen für ein bestimmtes Objekt oder Ereignis, etwas Wirkliches und Konkretes mit festen „Raum-Zeit-Koordinaten" und nicht etwas Unspezifisches wie der Sinneseindruck „blau". Peirce spricht hier von Zweitheit, die bei diesem Zeichen dem Repräsentamen (dem Aufblitzen) wie dem Objekt zukommt. (Würde ich das Auto erkennen und ihm den Begriff „Auto" zuordnen, hätte das Objekt Drittheit, wozu aber auch eine Drittheit des Repräsentamens erforderlich wäre.)

Warum wird dem Interpretanten, dem spontanen Hinwenden des Blicks, Erstheit zugeordnet? Es handelt sich um die einfachste aller Interpretationsformen, vergleichbar der spontanen Assoziation beim Gedankenzeichen. Sie gehört in den Bereich der Möglichkeit (also Erstheit), weil das Herstellen einer Verbindung sozusagen „ins Blaue hinein", auf gut Glück erfolgt. Dabei ist nicht die Unbewusstheit entscheidend (der Blickwechsel kann auch mit Absicht erfolgen), sondern allein die

[15] Merrell 1995: 97.

[16] Ebenso gibt mir die blaue Farbe z.B. auf einem nicht-gegenständlichen Bild viele Möglichkeiten der Assoziation, und die blaue Farbe in einem Farbkasten zahllose Möglichkeiten ihrer Verwendung.

Tatsache, dass ich das Ziel meines Blicks vor dem Hinschauen noch nicht kenne.

Ein direkter Vergleich mit den anderen beiden Formen des Interpretanten ist hilfreich: Zweitheit des Interpretanten besteht im gezielten Herstellen einer Verbindung, die aber über den Einzelfall nicht hinauskommt, zum Beispiel wenn ich an den Zweigen eines Baums ablese, in welche Richtung der Wind weht, wobei ich Zweige und Wind miteinander in Verbindung bringe. Drittheit besteht im Benutzen einer Regel. Beim Ablesen eines Thermometers ist die Feststellung, dass die Quecksilbersäule seit gestern gestiegen ist, ein I_2, die Feststellung „es hat 27 °C" dagegen ein I_3.[17]

4. *Dizentisches Sinzeichen (dicent sinsign)*

Zusammensetzung: $R_2O_2I_2$

Beschreibung: Ein der Erfahrung direkt zugänglicher Gegenstand, der auf etwas von ihm Verschiedenes verweist und Information darüber vermittelt. Dies gelingt ihm, da es durch sein Objekt beeinflusst wird und/oder ihm benachbart ist (Kontiguität).

Beispiele: Abbiegerpfeile auf Fahrspuren; Wetterhahn

Erläuterung: Der Prototyp für „Benachbartheit" ist der Pfeil oder auch der ausgestreckte Zeigefinger, die auf etwas hindeuten. „Beeinflussung", d.h. Ursache-Wirkungs-Relationen, können z.B. der Schatten unter einem Baum sein, der mir signalisiert, dass es dort kühler ist (Ursache als R und Wirkung als O) oder der Regen auf dem Mantel einer Hereinkommenden, der mir signalisiert, dass es draußen regnet (Wirkung als R und Ursache als O). Die Verbindung lässt sich spontan erschließen, es bedarf dazu keiner konventionellen Regel; daher I_2 und nicht I_3.

5. *Ikonisches Legizeichen (iconic legisign)*

Zusammensetzung: $R_3O_1I_1$

Beschreibung: ein allgemeiner Typ von Zeichen, der auf etwas anderes unspezifisch verweist, dies aber unabhängig vom speziellen Kontext tut

Beispiele: ein Diagramm oder Formalismus für einen Zeichenbenutzer, der seine formalen Bildungsregeln verstanden hat, so dass er es für verschiedene Kontexte zeichnen könnte, aber dessen Interpretation ihm nicht bekannt sind (z.B. ein formales System für jemanden, der weiß, nach welchen Regeln es funktioniert, aber nicht, für welche Interpretation diese Regeln entworfen wurden,[18] oder der Besuch eines Fußballspiels durch einen Außerirdischen, der die Regeln des Spiels schnell erfasst hat, aber nicht weiß, was ein Spiel überhaupt ist und wieso Menschen so etwas machen)

Erläuterung: Dieses Zeichen ist einer der Schwachpunkte des Zeichen-Dekalogs; es ist schwer, dafür plausible Beispiele zu finden. Wie einem Repräsentamen Drittheit zukommen soll, dem Objekt aber Erstheit, ist schwer zu erklären.

Erstheit des Interpretanten bereitet diese Schwierigkeit nicht, da sie als unspezifischer „erster Eindruck" immer eine Rolle in unserer Wahrnehmung spielt. Bevor ich beispielsweise einen Stadtplan genau lese, erhalte ich bereits einen Eindruck wie z.B. „viel Grün" oder „quadratische Straßenführung" oder einfach nur „durcheinander", der als Assoziation zu werten ist und beim genaueren Hinsehen verschwinden oder sich bestätigen kann (Erstheit; Möglichkeit). Dies gilt für viele hö-

---

[17] Das Beispiel zeigt, dass man auch für einen I_2 häufig etwas verwendet, das zunächst wie eine Regel aussehen kann; noch deutlicher als beim Thermometer wird dies beim Barometer, wo man sich die Zusammenhänge meist in der Form einer solchen ‚Regel' merkt: „steigender Luftdruck bedeutet Verbesserung des Wetters". Dies ist jedoch keine echte Regel im Sinn von Peirce, da sie nicht konventioneller Natur ist; es handelt sich vielmehr um einen Merkspruch. Statt auf ihn zurückzugreifen, könnte ich die Zusammenhänge auch neu erschließen und mir überlegen, dass gestiegener Luftdruck die Ankunft eines Hochdruckgebietes und damit schönes Wetter bedeutet: es handelt es also um einen Index und damit um Zweitheit des Interpretanten. Der Merkspruch dient nur dazu, dass ich die Ursache-Wirkungs-Beziehung, die hier zugrunde liegt, nicht jedesmal neu erschließen muss. Eine wirkliche Regel in Peirces Sinn ist dagegen konventioneller Natur: sie liegt bei der Hektopascal-Skala des Barometers ebenso wie bei der Grad-Celsius-Skala des Thermometers vor.

[18] Als konkrete Beispiele lassen sich hier ein Algorithmus nennen, dessen Programmiersprache ich kenne, aber dessen Funktion nicht dokumentiert ist, oder Searles „Chinese Room"-Gedankenexperiment, in welchem der Zeichenbenutzer die Regeln kennt, aber nicht ihre Bedeutung.

herwertige Zeichen im Entstehungsmoment, z.B. auch für den ersten Blick auf einen Text vor der genauen Lektüre. In diesem Stadium entstehen die bekannten Wahrnehmungsirrtümer, wenn Zeichen im Sinne eines kognitiv gerade vorherrschenden Themas interpretiert werden.[19]

6. *Rhematisches indexikalisches Legizeichen (rhematic indexical legisign)*

Zusammensetzung: $R_3O_2I_1$

Beschreibung: ein Zeichentyp, bei dem jedes seiner Vorkommnisse auf ein kontextspezifisches Objekt verweist; die Interpretation erfolgt assoziativ, automatisch und kontextbezogen

Beispiele: ein Demonstrativpronomen, eine Tasse als Zeichen für Kaffee auf einem Automaten

Erläuterung: Die Kombination „R_3O_2" kennzeichnet Phänomene der Deixis, die sich durch Drittheit des Repräsentamens (aufgrund der Konventionalität der Tatsache, dass es sich bei „dieser" um ein Demonstrativpronomen handelt; dass ein Pfeil an einem Ende eine Spitze hat und ich in die Richtung dieser Spitze zu sehen oder mich zu bewegen habe; usw.) sowie Zweitheit des Objekts (aufgrund der Kontextabhängigkeit des durch „dieser" bzw. durch den Pfeil angegebenen Objekts) auszeichnen.

Das Beispiel der Tasse könnte verwirren, da es eine ikonische Komponente hat, die hier jedoch nicht zur Debatte steht. Vielmehr geht es um den Verweis auf den Kaffee, wozu schon eine konventionelle Vereinbarung nötig ist, insbesondere die, was eine Tasse ist und wofür man sie überhaupt benutzt (R_3). Die Zweitheit des Objekts besteht nun darin, dass das Bild einer Tasse nicht generell auf Kaffee verweist, sondern nur in bestimmten Kontexten; auf einer Geschirrspülmaschine bedeutet es etwas anderes als auf einer Kaffeemaschine (O_2).

7. *Dizentisches indexikalisches Legizeichen (dicent indexical legisign)*

Zusammensetzung: $R_3O_2I_2$

Beschreibung: ebenfalls ein Zeichentyp, bei dem jedes seiner Vorkommnisse auf ein kontextspezifisches Objekt verweist; die Interpretation erfolgt nach einer kurzen Analyse der Situation, jedoch abhängig vom Einzelfall

Beispiele: ein Schritt oder eine Handbewegung, die andeuten, dass man jemandem den Vortritt lässt; der Ausruf „Vorsicht!" auf der Straße

Erläuterung: Die Zweitheit des Interpretanten erklärt sich daraus, dass er einerseits nicht unabhängig von einem Verständnis der Situation zustande kommt (wie es beim Anblick der dampfenden Tasse auf dem Kaffeemaschine der Fall ist), andererseits aber nicht über den Einzelfall hinaus auf eine Regel zurückgreift. Einer solchen Geste oder einem solchen Schrei kann ich die ihm zukommende konkrete Bedeutung nur nach Berücksichtigung gewisser Kontextfaktoren zuordnen: ich schaue mich um, berücksichtige die Personen in der Umgebung, ein sich näherndes Fahrzeug, das Wetter etc., bis ich der Meinung bin, dass ich die Bedeutung des Schreis zutreffend erkannt habe. Der Ausruf „Vorsicht!" könnte wie ein typischer Index erscheinen, er unterscheidet sich aber z.B. vom Pfeil auf einer Abbiegespur (dizentisches Sinzeichen; $R_2O_2I_2$) durch seine konventionelle Bedeutungszuordnung (R_3).

8. *Rhematisches Symbol (rhematic symbol), symbolisches Rhem (symbolic rheme)* oder *Term*

Zusammensetzung: $R_3O_3I_1$

Beschreibung: ein Zeichen, dessen Interpretant kontextunabhängig und ohne bewusste Anwendung einer Regel erfolgt (I_1)

Beispiele: die Wörter der offenen Klassen jeder Sprache sowie einige der geschlossenen Klassen (z.B. Derivations- und Flexionsmorpheme), nicht aber deiktische Ausdrücke; mathematische und logische Operatoren; jedes Element eines formalen Systems, wenn diesem eine Interpretation zugeordnet ist

Erläuterung: Die Erstheit des Interpretanten beruht darauf, dass die Zuordnung normalerweise durch

[19] Zum Beispiel: Jemand, der sich zuvor mit einem Optik-Lehrbuch beschäftigt hat, nimmt zur Erholung einen Roman in die Hand und liest „Einfaltspinsel" als „Einfallswinkel".

reine Gedächtnisleistung erfolgt. Weder der Kontext des Einzelfalls (Zweitheit) noch eine Regel (Drittheit) spielen für die Bedeutungszuordnung eine Rolle.

Auch hier kann ein Schwachpunkt des Zeichen-Dekalogs gesehen werden: So lässt sich argumentieren, dass die Bedeutungszuordnung bei fast allen Wörtern natürlicher wie auch künstlicher Sprachen konventionell erfolgt. Peirce legt jedoch den Schwerpunkt auf die Tatsache, dass beim Gebrauch dieser Zeichen der Übergang vom Repräsentamen zum Objekt automatisch und unmittelbar erfolgt; dies ermöglicht es ihm, Terme (I_1) von Propositionen (Sätzen) (I_2) und Argumenten (I_3) zu unterscheiden. Akzeptiert man diese Zuordnung nicht, besteht die Alternative darin, einen Term als $R_3O_3I_3$ zu charakterisieren. Proposition (Satz) und Argument werden dann nicht mehr als einfache Zeichen beschrieben, sondern als komplexe Zeichen. Dies scheint durchaus sinnvoll, da auch jetzt schon die Zusammensetzung aus kleineren Einheiten (nämlich Termen bzw. Sätzen) eine Rolle bei der Beschreibung dieser beiden Zeichen spielt, wie wir gleich sehen werden.

9. *Dizentisches Symbol (dicent symbol)* oder *Proposition (Satz)*

Zusammensetzung: $R_3O_3I_2$

Beschreibung: ein Zeichen, das auf einem oder mehreren rhematischen Symbolen basiert; sein Interpretant funktioniert zwar auf Basis der grammatischen Regeln, aber dennoch in Abhängigkeit von einer Welt (I_2)

Beispiele: jede Proposition (in der Logik); jeder Satz (in natürlichen Sprachen); jeder wohlgeformte Ausdruck eines formalen Systems mit Interpretation

Erläuterung: Konventionen sind zur Interpretation eines Satzes nicht erforderlich (nur idiomatische Wendungen basieren auf Konventionalität); wir interpretieren ihn aufgrund unseres grammatikalischen Wissens, im Falle natürlicher Sprachen aus seinen Lexemen, die als rhematische Symbole ($R_3O_3I_1$) die Einheiten des dizentischen Symbols bilden.

Die Zweitheit des Interpretanten lässt sich so erklären: Die „Abhängigkeit von einer Welt“, die verhindert, dass es sich um eine nur regelbestimmte Interpretation handelt (I_3), liegt darin, dass jeder Satz einen Sachverhalt nur im Rückgriff auf eine bestimmte Welt beschreibt; der Interpretant kann daher die Bedeutungszuordnung nur in Abhängigkeit von dieser Welt vornehmen. Da dies auch für interpretierte logische Systeme gilt, müssen wir als „Welt“ hier jedes spezifische Diskursuniversum (universe of discourse) gelten lassen. Die Abhängigkeit von der Welt kann noch spezifischer sein, wenn der Satz Deixis enthält: hier spielt auch der Kontext der Äußerung eine Rolle.

10. *Argument*

Zusammensetzung: $R_3O_3I_3$

Beschreibung: ein Zeichen, das auf einem oder mehreren rhematischen Symbolen basiert; sein Interpretant ist konventionell (I_3)

Beispiele: eine Argumentation; eine bestimmte Textsorte

Erläuterung: Hier begegnet uns zum ersten Mal ein konventioneller Interpretant (I_3): Eine Argumentation folgt bestimmten Konventionen; sie kann nur nachvollzogen werden, wenn die Regeln des Denkens, auf denen sie basiert, bekannt sind. Dies wird besonders deutlich bei wissenschaftlichen Texten, die bestimmte Vorgehensweisen voraussetzen; diese werden in der Wissenschaftstheorie meist erst dann genauer beschrieben, wenn sie längst konventionell geworden sind. Ähnliches gilt auch für politische und religiöse Texte.

So hätte ein Mensch des 18. Jahrhunderts etwa mit einer dekonstruktivistischen Lektüre oder einem Text der Quantenphysik wenig anfangen können, während wir sie aufgrund unseres Vorwissens verstehen können.[20] Dasselbe gilt auch umgekehrt etwa für Texte der „hohen Minne“, deren Bedeutung sich uns erst erschließt, wenn wir uns zuvor über die Konventionen dieser Textsorte informiert haben.

[20] So heißt es zumindest …

2.4 Merrells Modell

Der Zeichen-Dekalog bietet ein klar gegliedertes Modell der Zeichen. Vor allem aber ist seine Darstellung analytisch: Sie gibt die Bausteine der einzelnen Zeichentypen an, zeigt in Savans Qualifikationsregel eine Methode zu ihrer Konstruktion und begründet damit, warum es genau diese und keine anderen Zeichentypen gibt. Zwar lassen sich auch Schwachstellen finden, die teilweise in den Erläuterungen angesprochen wurden. Trotzdem bleibt der Dekalog aufgrund seiner präzisen Konstruktionsweise, die weit über ein bloß empirisch begründetes Postulieren einer Reihe von Zeichentypen hinausgeht, vorläufig das beste Modell für Gedanken-Zeichen (die Peirceschen „phanerons"), das wir besitzen.

Aber wie können wir uns die Repräsentation dieser Zeichen im Gehirn vorstellen? Dieser Frage wird der Rest dieser Arbeit gewidmet sein. Im Mittelpunkt steht dabei die graphische Logik von Peirce: die Relationenlogik und die Existenzgraphen. Insbesondere die Existenzgraphen, ein System ikonischer Logik von der gleichen Ausdrucksstärke wie die Prädikatenlogik erster Stufe, demonstrieren eindrucksvoll, dass eine Repräsentation von logischen Propositionen keineswegs nur auf symbolischer Grundlage möglich ist. Und sie bieten auch noch weitere Eigenschaften, die für ein leistungsfähiges Modell der Repräsentation von Zeichen im Gehirn wünschenswert sind; diese Eigenschaften werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

Doch warum brauchen wir überhaupt ein solches Modell? Reicht es nicht, zu wissen, dass das Gehirn Inhalte mit Hilfe neurologischer Muster darstellt, und anzunehmen, dass die im Peirceschen Zeichendekalog enthaltenen Zeichen auf irgendeine Weise mit Hilfe dieser Muster repräsentiert werden?

Nehmen wir den Zeichendekalog als Grundlage eines Modells des Denkens an, dann stellen sich sofort eine Reihe von Fragen der folgenden Art:

– Wie entstehen die einzelnen Zeichen? Wie gelingt eine sinnvolle Verbindung von Zeichen (gleich ob streng logisch oder assoziativ), wobei offensichtlich neue Zeichen auf eine sinnvolle Weise aus anderen hervorgehen? Welchen Regeln folgen diese Prozesse?

– Wenn jedes Zeichen durch andere verursacht wird, wie gelingt es uns, aus dieser Kette auszubrechen und etwas Neues zu denken (z.B. wenn wir kreativ sind oder wenn wir neue Lösungen in Wissenschaft oder Technik finden)? Falls es aber Zeichen gibt, die nicht direkt durch andere verursacht werden, wie erkennen wir die Bedeutung dieser neuen Zeichen und ordnen sie in unsere Zeichensysteme ein?

– Wie können wir Zeichen erzeugen, die sich auf die Wirklichkeit beziehen?

– Wie können wir unser Denken bis zu einem gewissen Grad steuern, ohne zu willkürlichen Ergebnissen zu gelangen, die Nachvollziehbarkeit unseres Denkens für andere zu gefährden und in die Gefahr des Autismus zu geraten? Anders gesagt: Was ermöglicht uns zwischen der Determiniertheit der logischen Deduktion und der Subjektivität freier Assoziation ein Denken, das kreativ und doch für andere verständlich ist?

– In Kürze: Wie sind die Prozesse des Denkens mit ihren charakteristischen Eigenschaften auf semiotischer Grundlage erklärbar?

Tatsächlich beschäftigt sich Floyd Merrell ausgehend vom Peirceschen Zeichen-Dekalog mit diesen Fragen. Die Überlegung, wie das menschliche Denken konzipierbar ist, wird immer wieder zum Ausgangspunkt seiner Untersuchungen und bildet in vielen seiner Bücher den gemeinsamen Fluchtpunkt für die große Menge an teilweise recht disparatem Material aus Semiotik, Logik, Physik, Wissenschaftstheorie, Literatur, Philosophie und Mathematik, das er vorstellt und im Hinblick auf seine Relevanz für eben diese Fragestellung untersucht. Dass er diesen Hintergrund seiner Reflexionen nur selten eindeutig konstatiert, verleiht seinen außerordentlich weit ausgreifenden Überlegungen gelegentlich das Ansehen eines gewissen modischen Eklektizismus. Vermutlich sind es Merrells Neigungen zur Postmoderne, die ihm hier eine klare Positionierung unmöglich machen, da er wie die meisten Vertreter dieser Denkrichtung eine Trennung zwischen dem Funktionieren unseres Denkens und dem Funktionieren der Welt nicht anerkennt, sondern als „Abbildungs-" oder

„Repräsentationstheorie" (‚representationalism') ablehnt.

Dennoch stellt Merrell in „Semiosis in the Postmodern Age" ein auf dem Zeichen-Dekalog basierendes Modell des Denkens vor. Nach der Erläuterung des Dekalogs[21] bezieht er die Prozesse der „generacy", die die Entstehung der kategoriell höherwertigen Zeichen aus den niedrigerwertigen beinhaltet (z.B. $R_1O_1I_1 \rightarrow R_1O_1I_2$), und der „de-generacy", die den umgekehrten Prozess beschreibt, mit ein.[22] Schließlich entwirft er ein umfangreiches Modell, dass diese Prozesse integriert und eine quantenlogische Beschreibung der Entstehung von Zeichen vorschlägt.[23]

Merrells Modell bietet eine Möglichkeit, die Entwicklung von Zeichen aus anderen Zeichen zu beschreiben. Die von ihm als „quantenlogisch" bezeichneten Formulierungen solcher Prozesse lassen jedoch noch einiges zu wünschen übrig. Im übrigen bleibt unklar, warum auf solche komplizierten und unnötig restriktiven Formulierungen zurückgegriffen werden muss. Merrell erweckt den Eindruck, als könne ein Symbol nur entstehen, indem es sich aus den einfacheren Zeichentypen Schritt für Schritt „generiert". In der Benutzung von Sprache sind Symbole jedoch jederzeit fertig ‚zur Hand'; sie sind Teil eines Kodes und können von uns abgerufen und gebraucht werden. Vermutlich meint Merrell vor allem nicht-kodierte Zeichenprozesse, wenn er diese umständlichen Generationsprozesse annimmt; tatsächlich ist es denkbar, dass wir kein neues Symbol erschaffen können, ohne zuvor eine Assoziation (Erstheit) zu haben, die sich zur Wahrnehmung einer dyadischen Relation (Zweitheit) verdichtet, bis schließlich durch Postulierung einer Regel oder Festlegung einer Konvention ein Symbol entstehen kann. Bei der Formulierung solcher Prozesse sollten aber stärker empirische Befunde berücksichtigt werden, als Merrell es tut.

Merrells hochkomplexes Modell kann hier nicht im einzelnen dargestellt werden; eine gründliche Auseinandersetzung damit wäre jedoch wünschenswert. Seine kognitive Plausiblität könnte von Kognitionswissenschaftlern, seine Herleitung aus dem System der Peirceschen Semiotik von Peirce-Spezialisten untersucht werden. Der Status seiner postulierten quantenlogischen Prozesse bleibt unklar: handelt es sich um die Annahme quantenphysikalischer Prozesse auf neuronaler Ebene? Oder wird die Quantenlogik nur als Beschreibungssprache gebraucht? Insgesamt erscheinen Teile des Modells eher skizzenhaft; zumindest sind sie nicht ausführlich genug dargestellt und lassen viele Fragen offen. Ein Beispiel für die Anwendung wird zwar gegeben,[24] vergrößert aber in vieler Hinsicht eher noch den Erklärungsbedarf. Eine genauere Betrachtung der Formeln für den beschriebenen Prozess der Entstehung eines Zeichens („generacy") zeigt keine Eindeutigkeit ihrer Funktionsweise. Hier wurde entweder etwas nicht zu Ende gedacht oder notwendige Erklärungen weggelassen.

Das Merrellsche Modell ist ehrgeizig und verdient größere Beachtung, als es bislang gefunden hat. Es zieht aus der Annahme, dass unser Denken auf Zeichen basiert – einer Annahme, die wohl die meisten Semiotiker teilen würden –, die Konsequenz und versucht, die sich ergebenden Fragen, wie wir sie oben skizziert haben, zu beantworten. Diese Fragen – Wie entstehen Gedankenzeichen? Wie verwandeln sie sich in andere Gedankenzeichen? Was sind Denkprozesse? Wie können wir sie steuern, ohne der Beliebigkeit zu verfallen? – sind das fehlende Glied in der Kette zwischen den Gedankenzeichen, für die wir im letzten Abschnitt eine mögliche Klassifikation betrachtet haben, und dem Phänomen des menschlichen Denkens, dass auf der Oberfläche so komplex, vielfältig und schwer zu analysieren erscheint. Merrells großer Verdienst ist, dass er diese Fragen überhaupt ernst nimmt und eine präzise Beantwortung mit seinem Modell versucht. Es verdient daher, ein „Modell des Denkens" genannt zu werden.

Die folgende Diskussion wird die genannten Fragen nur implizit aufgreifen. Für ihre explizite Beantwortung ist es zu früh; außerdem müsste man jeder von ihnen ein Buch widmen, um sich nicht dem Vorwurf der Simplifizierung auszusetzen. Sie werden aber im Verlauf dieser Arbeit im Hinter-

---

21 Merrell 1995: 91-99.

22 Merrell 1995: 100-119.

23 Merrell 1995: 135-165.

24 Merrell 1995: 166-175.

grund präsent bleiben, und einige Anhaltspunkte für ihre mögliche zukünftige Beantwortung soll die folgende Diskussion der Peirceschen Logik aufzeigen. Sie haben auch einen Bezug zu den wesentlich spezifischeren Fragen, die im nächsten Abschnitt aufgestellt und in Abschnitt 3.1 bis 3.6 einzeln untersucht werden.

2.5 Ein neues Modell des Denkens

Die Merrellsche Konzeption des Peirceschen Zeichen-Dekalogs kann soweit präzisiert werden, dass sie eine ausreichend präzise Erfassung unterschiedlicher Arten von Zeichen zu leisten imstande ist. Sie hat damit das Potential für ein plausibles Modell, um die unterschiedlichen Arten von Gedanken-Zeichen (die Peirceschen „phanerons“) auf ihre Bestandteile R, O und I hin zu überprüfen und jeweils nach den Peirceschen Grundkategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit zu unterscheiden.

Damit ist es uns gelungen, die drei Bestandteile des Zeichens und die drei Grundkategorien als Bauteile aller Zeichendarstellung im Gehirn plausibel zu machen. Jetzt müssen wir uns fragen, wie eine Darstellung der auf diese Art gewonnenen Zeichen im Gehirn aussehen könnte. Ein Formalismus scheidet dabei aus zwei Gründen aus:

a) Laut „Putnams Theorem“ ist die Bedeutungszuordnung in einem formalen System grundsätzlich auf viele Arten möglich, womit die Vorstellung der klassischen Modelltheorie, man könne die Bedeutung eines Satzes nur durch Angabe der Wahrheitswerte für alle vorstellbaren Situationen eindeutig festlegen, als widerlegt gelten muss:[25] Wüsste man nichts über diese Situationen als das wiederum durch den Formalismus selbst ausgesagte, könnte man der Vieldeutigkeit nicht entkommen. Die Auswahl einer spezifischen Bedeutungszuordnung kann daher immer nur mittels einer *Konvention* erfolgen. Konventionelle Zeichenbeziehungen setzen jedoch nach der Peirceschen Kategorienlehre Drittheit voraus und werden daher nur den Symbolen zugeschrieben.

Damit müsste für die Darstellung auch der einfacheren Zeichentypen Ikon und Index eine Grundlagenebene der symbolischen Darstellung im Gehirn angenommen werden, die dann alle anderen Zeichentypen kodieren würde. Genau so funktioniert die Zeichendarstellung beim Computer, der jedes Zeichen, auch ein Ikon wie eine bildliche Darstellung oder ein Index wie einen deiktischen Ausdruck, letztlich nur symbolisch (über die Kodierung in binärer Logik) repräsentieren kann. Dies widerspricht jedoch der Peirceschen Konzeption, die die grundlegende Natur dieser Zeichen betont und davon ausgeht, dass sich Symbole aus einfacheren Zeichentypen aufbauen und nicht umgekehrt. Der Vorteil der Merrellschen Darstellung des Zeichen-Dekalogs und des von ihm angenommenen Prozesses der „Generierung“ (‚generation‘) der komplexeren symbolischen Zeichentypen aus den einfacheren ikonischen und indexikalischen besteht gerade darin, dass sie diese grundsätzliche Charakteristik bewahren.

b) Jeder Formalismus lässt sich durch einen Algorithmus wiedergeben. Doch die Probleme des „computationalism“, der Annahme also, dass das Gehirn auf einem Algorithmus basiert, sind im Laufe der Zeit immer größer geworden und lassen es unwahrscheinlich erscheinen, dass eine solche Lösung tragfähig sein könnte.[26]

Wenn wir die kognitive Realität der Kategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit annehmen wollen, um auf ihnen unseren Zeichen-Dekalog aufbauen zu können, aber keine (selbst wieder symbolische) Kodierung durch einen Formalismus möglich ist, müssen wir auf ein grundlegenderes Darstellungssystem zurückgreifen. Dieses Darstellungssystem sollte folgende Eigenschaften haben:

1. Es sollte nicht-symbolisch sein;

2. es sollte die Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit, die wir für den Aufbau des Zeichen-Dekalogs benötigen, in angemessener Weise unterscheiden;

3. es sollte zumindest teilweise analog sein, da sich analoge Systeme nicht verlustfrei berechnen lassen und daher einen Ausweg aus der Falle der Berechenbarkeit bieten;

---

[25] Putnam 1981: 217f. Zur Auswirkung auf die modelltheoretische Semantik siehe Lakoff 1987: Kap. 15.

[26] Vgl. die Einleitung.

4. es sollte die Übergänge zwischen verschiedenen Propositionen bzw. Sätzen darstellen können (logische Beweise bzw. natürlichsprachliche Argumente) und damit einen Ansatzpunkt für die Prozesse des logischen Denkens liefern;

5. es sollte zeigen, wie der Mensch, obwohl er zu logischem Denken in der Lage ist (s. Punkt 4), auch gegen dessen rein deduktive Regeln verstoßen kann, wodurch er in die Lage versetzt wird, in seinem Denken flexibler sein zu können als ein Algorithmus (auch hier bietet sich ein möglicher Ausweg aus der „Gödel-Falle“);

6. es sollte zeigen, wie der Mensch in der Lage ist, mit Widersprüchen flexibel und intelligent umzugehen, ohne vor ihnen mit dem Schluss „alles ist gültig“ resignieren zu müssen – im Gegensatz zu einem formalen System, für das gilt: $\perp \vdash \Omega$ (wenn Ω die Menge aller Formeln eines formalen Systems ist).

Es muss dagegen nicht die Eigenschaft haben, sich direkt auf neuronale Prozesse zu beziehen. Die neuronale Repräsentation eines solchen Modells muss separat betrachtet werden. Nur soviel sei angemerkt: Auf dieser grundlegenden Ebene tritt das Problem, wie das Denken nicht-algorithmisch modelliert werden kann, erneut auf.[27]

Im folgenden werde ich zeigen, dass die Existenzgraphen von Peirce als Grundlage eines solchen Darstellungssystems in Frage kommen, da sie alle genannten Forderungen erfüllen. Diese werden in Abschnitt 3 einzeln behandelt:

Zu 1: siehe Abschnitt 3.1 „Eine nicht-symbolische Logik“;

zu 2: siehe Abschnitt 3.2 „Peirces Relationenlogik“;

zu 3: siehe Abschnitt 3.3 „Analoges Denken“;

zu 4: siehe Abschnitt 3.4 „Logisches Schließen“;

zu 5: siehe Abschnitt 3.5 „Denken in Bewegung“;

zu 6: siehe Abschnitt 3.6 „Spencer-Browns ‚Laws of Form‘: Logik und Selbstreferenz“.

---

[27] Die Frage, auf welche Art neuronale Prozesse nicht-algorithmisch modelliert werden können, kann hier aufgrund ihrer Komplexität nicht erläutert werden, man vergleiche die Darstellung des Problems und die vorgeschlagene Lösung in Penrose 1989 und 1994. Sie braucht uns auch nicht zu beschäftigen, da jedes nicht-mentalistische Modell einer Zeichenrepräsentation im Gehirn natürlich auf einer grundlegenden Ebene neuronale Prozesse annehmen wird und sich daher dieser Frage stellen muss. Wichtig ist für den Versuch, ein tragfähiges Modell des Denkens zu finden, dass wir nicht schon auf einer höheren Ebene „in die algorithmische Falle“ tappen, wie es z.B. bei der Annahme eines Formalismus zur Darstellung von Denkprozessen geschehen würde.

Um erklären zu können, wie Denken funktioniert, müssen wir erklären können, wie die Repräsentation von Zeichen möglich ist, und wie sich aus diesen Zeichen größere Zusammenhänge (Propositionen, Sätze und Argumente) ergeben. Einen ersten Ansatz dazu soll diese Arbeit liefern. Dass ein solches Modell des Denkens wiederum neuronal repräsentiert sein muss, ist sofort einsichtig. Wir haben es also mit zwei verschiedenen Ebenen der Repräsentation zu tun: Die Ebene des Modells der Zeichenrepräsentation selbst ist von der Ebene der neuronalen Repräsentation eines solchen Modells zu unterscheiden. Unser Ausgangspunkt war, die „algorithmische Falle“ für erstere zu vermeiden; für letztere können wir das nicht tun. Hier bleibt abzuwarten, ob Penrose’ Lösung einer Erweiterung der Physik zur Einbeziehung des Prozesses der „Dekohärenz“ als eines zwischen Quantenphysik und klassischer Physik liegenden nicht-deterministischen physikalischen Prozesses bestätigt werden kann.

Eine spekulative Einschätzung dazu sei hier gegeben: Wahrscheinlicher ist aus meiner Sicht, dass die Komplexität von neuronalen Prozessen es ermöglicht, eine nicht-lineare Funktionsweise des Gehirns auf dieser Stufe anzunehmen. Bekanntlich verhalten sich nicht-lineare Prozesse, obwohl selbst „klassisch“, auf eine Weise, die im einzelnen nicht vorausberechenbar ist. Das bekannteste Beispiel dürfte das Wetter sein: Die Darstellung eines charakteristischen Verhaltens des nicht-linearen Systems „Wetter“ ist durchaus möglich, doch selbst mit der maximalen Information, die laut den Einschränkungen der Quantenphysik (Stichwort Unschärferelation) zu einem bestimmten Zeitpunkt t_1 über das System erhalten werden kann, ist es nicht möglich, sein Verhalten zu einem Zeitpunkt t_2 auch nur ungefähr vorauszuberechnen, sofern t_1 und t_2 einen gewissen Abstand haben. Ob die Annahme einer solchen „weichen“ Nicht-Algorithmisierbarkeit, die nicht die tatsächliche, wohl aber die typische Computermodellierung des Systems erlaubt, zur Umgehung der von Lukas und Penrose dargestellten Problematik (siehe Einleitung) ausreicht, muss ebenfalls abgewartet werden.

3. Die Peirceschen Existenzgraphen

Eine allgemeine Einführung in die Existenzgraphen (EG), das wichtigste System der graphischen Logik von Peirce, kann hier nicht gegeben werden; der Leser sei auf die entsprechenden Werke von Jay Zeman[28] und Don D. Roberts[29] verwiesen. Einen schnellen Einstieg in die Funktionsweise und die Besonderheiten des Systems bietet John Sowa anhand von MS 514, einem Manuskript, in dem Peirce selbst eine knappe Einführung in die Existenzgraphen aufgeschrieben hat, wobei er auf die gewöhnliche Unterscheidung zwischen Aussagen- und Prädikatenlogik verzichtet und die entsprechenden Teile seiner Logik (Alpha und Beta) gemeinsam präsentiert. Der Kommentar von Sowa stellt die Verbindungen zu anderen logischen Entwicklungen von Peirce her und gibt weitere Beispiele für die Möglichkeiten des Systems.[30]

3.1 Eine nicht-symbolische Logik

3.1.1 Ikonizität

Don D. Roberts betont in seinem Buch über die Existenzgraphen,[31] dass für Peirce die Ikonizität der EG eine wichtige Qualität darstellten. Dies lässt sich auf seinen Begriff des „diagrammatic reasoning“ zurückführen:

> By diagrammatic reasoning, I mean reasoning which constructs a diagram according to a precept expressed in general terms, performs experiments upon this diagram, notes their results, assures itself that similar experiments performed upon any diagram constructed according to the same precept would have the same results, and expresses this in general terms.[32]

Die Bedeutung von „diagrammatic“ beschreibt Peirce folgendermaßen:

> I dwell on these details […] because they go to show that this syntax is truly **diagrammatic**, that is to say that its parts are really related to one another in forms of relation analogous to those of the assertions they represent, and that consequently in studying this syntax we may be assured that we are studying the real relations of the parts of the assertions and reasonings; which is by no means the case with the syntax of speech. (MS 514: 15)[33]

„Diagrammatisch“ bedeutet für Peirce also, dass die Teile einer Aussage auf der syntaktischen Ebene zueinander in denselben Relationen stehen wie auf der semantischen Ebene. Diese Eigenschaft bezeichnen wir heute als „Ikonizität“, weil sie für den von Peirce „Ikon“ genannten Zeichentyp charakteristisch ist. Die zitierte Beschreibung macht klar, dass sich bei ikonischen Systemen zusätzliche Informationen über die Relationen, in denen die Teile einer Aussage zueinander stehen, direkt ablesen lassen. Eine äquivalente nicht-ikonische Notation könnte zwar denselben Sachverhalt ausdrücken, doch müssten die bei einem ikonischen System direkt ausgedrückten Eigenschaften der semantischen Ebene hier erst erschlossen werden, da sie nicht auf der syntaktischen Ebene repräsentiert sind.[34]

Hier zeigt sich ein weiterer Grund, warum eine ikonische Notation plausibler als Grundmodell des Denkens ist als eine symbolische: schließlich ist jenes „Erschließen“ selbst wieder ein Denkprozess.

---

28 Zeman 2002.

29 Roberts 1973.

30 Sowa 2003a. Diese nützliche Arbeit wird in der Folge wiederholt zitiert werden. Sie zeigt insbesondere auch die ikonischen Eigenschaften der EG auf.

31 Roberts 1973: 123ff.

32 Peirce, Charles Sanders (1976), *New Elements of Mathematics.* Hg. von Carolyn Eisele. 4 Bde. Den Haag: Mouton. Bd. 4: 47f.

33 Zitiert nach: Sowa 2003a.

34 Peirce schreibt dazu an anderer Stelle: „A great distinguishing property of the icon is that by the direct observation of it other truths concerning its object can be discovered than those which suffice to determine its construction“ (Peirce 1931-1958: 2.279; vgl. MS 650).

In einem ikonischen Modell stehen die zusätzlich repräsentierten Relationen dagegen ‚direkt', nämlich als bestimmte Eigenschaften der Repräsentation selbst zur Verfügung, auf die das Gehirn operieren könnte. Damit würden dem Gehirn mehrere Arten des Umgangs mit logischen Verhältnissen zur Verfügung stehen: die umformende, die durch die Regeln des logischen Schließens bestimmt ist (vgl. Abschnitt 3.4), sowie diejenige der Operation auf den ikonischen Eigenschaften (beispielsweise ein Vergleich bestimmter relationaler Verhältnisse innerhalb zweier komplexer Propositionen). Hier könnte ein Zusammenhang mit jener Denkweise bestehen, die wir als „intuitiv" oder „assoziativ" bezeichnen. Diese Überlegung ist jedoch spekulativ und muss hier nicht entschieden werden. Die Möglichkeit der direkten Operation auf den zusätzlich repräsentierten Eigenschaften macht ein ikonisches System für ein Modell des Denkens in jedem Fall interessant.

An einigen Beispielen sollen die ikonischen Eigenschaften der EG dargestellt werden:[35]

> This syntax is so simple that I will describe it. Every word makes an assertion. Thus, **—man** means „there is a man" in whatever universe the whole sheet offers it. The dash before „man" is the „line of identity".

> this means „Some man eats a man".[36]

Es handelt sich um zwei voneinander getrennte Identitätslinien. Die beiden Vorkommnisse von „man" sind zwei einstellige Prädikatoren, „eats" ist ein zweistelliger Prädikator, und die Argumente der beiden einstelligen Prädikatoren werden mit je einem Argument des zweistelligen Prädikators gleichgesetzt. Die Aussage lässt sich genauer als „Es gibt einen Essvorgang, bei dem ein Mann identisch ist mit etwas, das isst, und ein Mann identisch ist mit etwas, das gegessen wird" paraphrasieren. In Peirce-Peano-Notation[37] lautet die entsprechende Formel:

$(\exists x)(\exists y)(\mathrm{man}(x) \wedge \mathrm{man}(y) \wedge \mathrm{eats}(x,y))$[38]

Ikonizität: Vergleichen wir die Ikonizität des Existenzgraphen (EG) mit der der Peirce-Peano-Notation (PPN): Beide repräsentieren die Tatsache, dass eine bestimmte Anzahl von Termen ausgesagt wird, durch die entsprechende Anzahl von Symbolen. PPN benutzt zwei Existenzquantoren, EG zwei Identitätslinien. Auch die Übereinstimmung der beiden einstelligen und des zweistelligen Prädikats ist klar zu erkennen. – Bisher hat in punkto Ikonizität keine Notation einen Vorsprung.

> To deny that there is any phoenix, we shade that assertion which we deny as a whole:

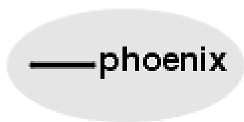


fig. 1

> Thus what I have just scribed means „It is false that there is a phoenix".[39]

---

[35] Die folgende Darstellung orientiert sich an Sowa 2003a, dem auch die Zitate aus MS 514 und die Graphiken entstammen.

[36] MS 514: 11.

[37] Ich folge Sowa in dieser Benennung der häufig „Peano-Russell-" genannten Standardnotation der Prädikatenlogik, die aber von Russell nur adaptiert wurde (vgl. Sowa 2003a).

[38] Peirce benutzte die Symbole Σ (Sigma für „(logische) Summe") und Π (Pi für „(logisches) Produkt"), da die Quantoren als Kurznotation für logische Summe bzw. logisches Produkt über alle für eine bestimmte Variable einsetzbaren Terme verstanden werden können. Ich werde jedoch die heute gebräuchlicheren Symbole ∃ und ∀ verwenden.

$\sim(\exists x)\mathrm{phoenix}(x)$

Anmerkung: Meistens wird die Verneinung einfach durch eine geschlossene Linie ausgedrückt, den „cut" (‚Schnitt'); jedes ungerade Level lässt sich dabei als schattiert denken. Für die Einführung ist es hilfreich, diese Level tatsächlich zu schattieren. Peirce möchte, dass man sich den „cut" als einen realen Schnitt durch die Assertionsfläche (‚sheet of assertion') denkt, der eine weitere Ebene öffnet.

But the following:

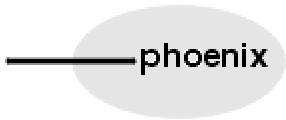


fig. 2

only means „There is something that is not identical with any phoenix".[40]

$(\exists x)\sim\mathrm{phoenix}(x)$

Ikonizität: Die beiden Graphen unterscheiden sich nur dadurch, dass die Identitätslinie im zweiten den „cut" überschneidet und dadurch verneint wird. (Jede Identitätslinie, die ein offenes Ende hat, gilt als existentiell quantifiziert.) Hier zeigt sich der erste Vorteil gegenüber der PPN: In den EG kann ich sofort erkennen, dass eine Aussage über etwas gemacht wird, das *nicht* etwas anderes ist, dem ein bestimmtes Prädikat zukommt, während im ersten Fall eine Aussage über etwas gemacht wird, das *etwas* ist, dem ein bestimmtes Prädikat zukommt. Diese Eigenschaft wird klar im Schneiden der Identitätslinie durch den „cut" ausgedrückt, die aus Identität eine Nicht-Identität macht. Gleichwertig bezüglich Ikonizität sind die beiden Notationen in punkto Negation, sofern man annimmt, dass die PPN eine implizite Klammerungskonvention enthält: Wenn ich diese Konvention kenne, wird offensichtlich, dass sich die Verneinung ~ in der ersten Formel auf die ganze Aussage bezieht. Die EG drücken dies dadurch aus, dass die ganze Aussage innerhalb des „cut" steht.

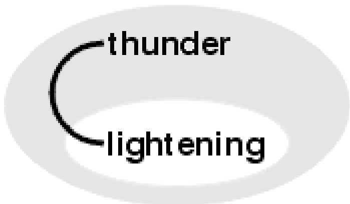


fig. 3

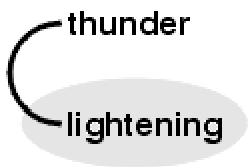


fig. 4

Fig. 3 denies fig. 4, which asserts that it thunders without lightening. For a denial shades the unshaded and unshades the shaded. Consequently fig. 3 means „If it thunders, it lightens".[41]

Fig. 4 in PPN:

$(\exists x)(\mathrm{thunder}(x) \land \sim\mathrm{lightening}(x))$

Fig. 3 verneint Fig. 4:

$\sim(\exists x)(\mathrm{thunder}(x) \land \sim\mathrm{lightening}(x))$

Dies lässt sich umformen zu:

$(\forall x)\sim(\mathrm{thunder}(x) \land \sim\mathrm{lightening}(x))$

Dies entspricht:

$(\forall x)(\mathrm{thunder}(x) \supset \mathrm{lightening}(x))$

---

39 MS 514: 11.

40 MS 514: 11.

41 MS 514: 11.

Wörtlich heißt dies: „Für jedes x gilt, wenn x donnert, dann blitzt x.“[42]

Ikonizität: Ein kleiner Vorteil kann auch hier gesehen werden. Die PPN hat zwei wichtige Möglichkeiten zur Darstellung der Implikation: als $\sim(p \wedge \sim q)$ und als $p \supset q$. Letztere ist rein symbolisch; erstere ist ikonischer, da sie zusätzliche Eigenschaften offenbart, nämlich die eine Wahrheitswertezuordnung, die allein eine Implikation falsch werden lässt.[43] Dafür hat sie den Nachteil, drei Operatorensymbole zu benötigen: $\sim$, $\wedge$, (). Die EG zeigen genau die erste Darstellungsmöglichkeit $\sim(p \wedge \sim q)$, benutzen dabei jedoch nur zwei Operatorensymbole, den „cut“ und die Identitätslinie, sofern man von der impliziten Konjunktion aller Aussagen auf der Assertionsfläche absieht.[44]

Zur Ikonizität der Assertionsfläche: Roberts betont anhand der Implikation den Vorteil, den die Assertionsfläche als ikonische Repräsentation hat: Alles, was darauf geschrieben wird, wird ausgesagt (implizite Konjunktion). In PPN unterscheiden sich $p \wedge q$ und $p \supset q$ nur nach Analyse des (symbolischen) Operators. Bei den EG, wo für $p \wedge q$ einfach auf eine beliebige Stelle der Assertionsfläche p und auf eine andere q geschrieben wird, sehen wir sofort, dass beide unabhängig voneinander ausgesagt werden, während bei $p \supset q$ weder p noch q ausgesagt wird, wie Fig. 3 zeigt. Der „cut“, der seinen Inhalt von der Assertionsfläche abgrenzt, ist damit eine ikonische Art, nicht ausgesagte Propositionen von ausgesagten abzugrenzen.[45]

Die implizite Konjunktion ist nun aber eine Eigenschaft, die vielen der Medien, die wir für Zeichenprozesse benutzen, zukommt: Wenn wir zwei Aussagesätze nacheinander sagen, dann sagen wir für gewöhnlich beide aus. Dasselbe gilt, wenn wir sie nebeneinander auf Papier niederschreiben.[46] Diese Eigenschaft unseres Kommunizierens, über nebeneinander bzw. nacheinander Ausgesagtes unabhängig vom Medium implizit zu konjugieren, ist uns so selbstverständlich, dass wir sie leicht übersehen. Dies könnte ein Hinweis auf die kognitive Realität der Assertionsfläche der EG mit ihrer impliziten Konjunktion sein.[47]

---

[42] Sowa 2003a: Kommentar zu MS 514: 11.

[43] Dies ist aus dem Zeichen $\supset$ nicht zu erkennen, was vielleicht dazu beiträgt, dass Logik-Anfänger manchmal $p \supset q$ irrtümlich als $p \Leftrightarrow q$ interpretieren. Dass $\sim(p \wedge \sim q)$ tatsächlich mehr Information über die Relationen zwischen den Teilen der Aussage enthält, also ikonischer ist, zeigt sich daran, dass es im Fall solcher Missverständnisse zur Erklärung benutzt werden kann.

[44] Diese kann als Grundregel eingeführt werden, so dass sie automatisiert wird und als kognitiver Aufwand nicht ins Gewicht fällt, während das Symbol $\wedge$ in $\sim(p \wedge \sim q)$ natürlich gelesen werden muss.

[45] Roberts 1973: 125.

[46] Der Genauigkeit halber sei angemerkt, dass das Speichermedium „Papier“ bereits ein optisch leitfähiges Medium voraussetzt, in diesem Fall elektromagnetische Felder, die optische Wellen (d.h. Wellen im für uns sichtbaren Bereich) übertragen. Man vergleiche dazu Posners Medienbegriff (Posner 2003: 44), wonach das erstere unter den „technologischen Medienbegriff“ fällt, das letztere unter den „physikalischen Medienbegriff“. Wenn wir die Sätze mündlich äußern, setzt dies dagegen nur ein akustisch leitfähiges Medium – für gewöhnlich Luft – voraus (physikalisches Medium).

[47] Das unausgeschöpfte Potential der EG in der Wiedergabe natürlicher Sprache muss bei solchen Überlegungen mit einbezogen werden. Hier nur eine Skizze dazu (dass Peirce selbst in eine ähnliche Richtung dachte, zeigt MS 500; vgl. Pietarinen 2005: 94):

Wenn wir einen Satz im Indikativ sagen, z.B. „Das Wetter ist gut“, handelt es sich normalerweise um eine Aussage: Wir legen uns auf den Wahrheitswert „wahr“ für die geäußerte Proposition fest. „Normalerweise“ bedeutet jedoch keineswegs „in den meisten Fällen“. Würde man alle Sätze im Indikativ (sogenannte Aussagesätze), die innerhalb eines bestimmten Zeitraums im Deutschen gesagt oder geschrieben werden, analysieren, würde man vermutlich feststellen, dass die Mehrheit keineswegs im gewöhnlichen Sinn, d.h. als universell wahr ausgesagt wird. Wir besitzen viele Aussagemöglichkeiten: Indirekte Rede; Überlegungen; Anekdoten; Witze; Nacherzählungen; verschiedene Literaturgattungen; wissenschaftliches Sprechen; usw. In allen diesen Fällen bedeutet eine Aussage etwas anderes. Man kann von verschiedenen „(Assertions)Flächen“ sprechen, denen jeweils unterschiedliche Eigenschaften zukommen: Einige werden noch ausgesagt, wenn auch unter Vorbehalt, wenn man z.B. eine Aussage einer anderen Person wiedergibt und damit automatisch die Glaubwürdigkeit dieser Person zur Messlatte für die Aussage wird. Andere werden gar nicht mehr ausgesagt, wie im Fall einer fiktiven Erzählung. Wieder andere werden in ihr Gegenteil verwandelt, wie im Fall der Ironie, und möglicherweise noch dazu mit einer moralischen Bewertung versehen, wie im Fall der Satire.

Wie stark solche Flächen wirken, hat jeder schon einmal bemerkt, der mitten in der Lektüre einer Satire oder beim

3.1.2 Kontinuität, Symmetrie und Additivität

Sowa demonstriert die ikonischen Eigenschaften der EG an einem eindrucksvollen Beispiel, das hier wiedergegeben und diskutiert werden soll.[48]

Analyse der Kontinuität:

Eine besondere Eigenschaft der Identitätslinien besteht darin, dass sie die Identität kontinuierlich darstellen: Jede Identitätslinie kann als Verkettung von Dyaden der Form —ist— dargestellt werden. Dadurch werden die folgenden beiden Graphiken von Sowa äquivalent:

Im linken Graph wird die Identität der beiden durch je eine Identitätslinie angegebenen Individuen negiert, da diese nur auf der schattierten Fläche verbunden sind. Der Graph kann gelesen werden als „Es gibt zwei Dinge, die nicht identisch miteinander sind“.[49] Im rechten Graph wird eine Stelle der Identitätslinie durch die Dyade —is— („etwas ist identisch mit etwas“) ersetzt; dies kann an unendlich vielen Stellen jeder Identitätslinie erfolgen, ohne die Bedeutung des Graphen zu verändern.

$(\exists x)(\exists y)x\neq y$

Analyse der Symmetrie und Additivität:

Die letzte Formel bezeichnete die Existenz von mindestens zwei Dingen. Im nächsten Beispiel steht der linke Graph für „Es gibt mindestens drei Dinge“, der mittlere Graph für „Es gibt höchstens drei Dinge“ und der rechte Graph für „Es gibt genau drei Dinge“.

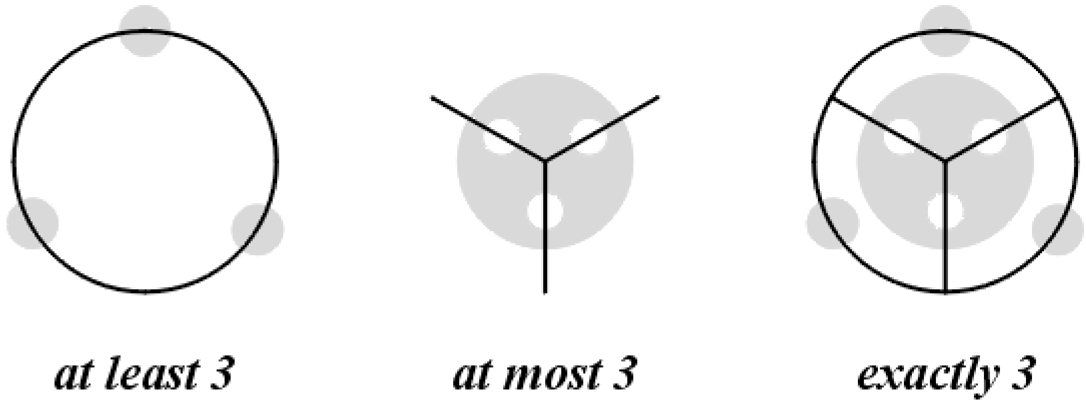
Anschauen einer Komödie im Fernsehen durch plötzliches Weglegen des Buches oder Umschalten in einen „gewöhnlichen“ Aussagekontext, sagen wir einen Nachrichtenkontext, geraten ist: Sofern der Wechsel halb unbewusst erfolgt ist, z.B. durch einen spontanen Druck auf die Fernbedienung, kann es gut sein, dass man für einige Momente eine klare Satire auf den Kauderwelsch der Nachrichtensendungen hört, oder sich über den seltsamen ‚Humor‘ einiger der Sätze amüsiert. Peirce hat im Gamma-Teil der EG einige solche (Assertions)Flächen definiert und damit viele Aspekte der Modallogik vorweggenommen. Es ist vorstellbar, dass sich viele Probleme mit Hilfe der Annahme solcher abgewandelter (Assertions)Flächen einfacher und präziser beschreiben lassen, als dies bislang der Fall ist. Auch literarische Einzelphänomene wie z.B. der Stil Franz Kafkas (für den sich sogar das spezielle Prädikat „kafkaesk“ für ihm entsprechende Aussagen gebildet hat) könnten sich unter Umständen mit Hilfe der Annahme einer Assertionsfläche mit bestimmten stiltypischen Eigenschaften erklären lassen.

Manchmal werden die einfacheren dieser Phänomene mit Hilfe der Einschränkung auf ein „Diskursuniversum“ beschrieben: Die Aussage soll als ausgesagt gelten können, aber nur in einem spezifischen solchen Diskursuniversum, für das bestimmte Voraussetzungen gelten. Das Problem solcher Beschreibungen ist das der Modelltheorie allgemein (vgl. Abschnitt 2.5): Sie setzen eine enorme semantische Überdeterminiertheit voraus, wenn sie davon ausgehen, dass z.B. eine Aussage, die ich wiedergebe, oder eine solche, die ich ironisch äußere, indem ich sie mit einem bestimmten Tonfall oder einer bestimmten Mimik kennzeichne, zur gewöhnlichen semantischen Analyse eines genau abgegrenzten Diskursuniversums bedürften, innerhalb dessen sie als tatsächlich ausgesagt gelten könnten. Oft ist völlig unklar, unter welchen spezifischen Voraussetzungen eine solche Aussage tatsächlich als „wahr“ angenommen werden könnte, und es ist auch gar nicht das, was den Sprecher oder den Hörer jeweils interessiert: Diese sind zufrieden, wenn a) eine bestimmte Aussage übermittelt wurde und b) die Einschränkungen oder speziellen Bedingungen, die für diese Aussage gelten (z.B. „diese Aussage hat X gemacht“, „diese Aussage ist ironisch gemeint“, „diese Aussage ist als Witz gemeint“).

[48] Die Darstellung folgt Sowa 2003a.

[49] Diese Übersetzung betont die Tatsache, dass die Identität der beiden Individuen, die durch Identitätslinien auf einer weißen Fläche existentiell quantifiziert sind, negiert wird. Roberts gibt dagegen die Übersetzung: „There are two objects such that no third object is identical to both.“ (Roberts 1973: 53.) Diese Übersetzung betont die Tatsache, dass die Identitätslinie durch zweimaliges Überschreiten des „cut“ in drei Teile aufgeteilt wird, also drei Individuen bezeichnet, deren Relation zueinander dahingehend spezifiziert ist, dass das mittlere Individuum, das mit beiden anderen verbunden (also identisch mit ihnen) ist, nicht existiert: Es befindet sich in der schattierten (d.h. verneinten) Fläche. Dies entspricht der Formel:

$(\exists x)(\exists y)\sim(\exists z)(x=z \land y=z)$



Dem linken Graph entspricht die Formel, die aussagt, dass ein *x*, ein *y* und ein *z* existieren, von denen jedes mit keinem der beiden anderen identisch ist:

$$(\exists x)(\exists y)(\exists z)$$
$$\quad (x{\neq}y \;\wedge\; y{\neq}z \;\wedge\; x{\neq}z)$$

Dem mittleren Graph entspricht die Formel, die aussagt, dass ein *x*, ein *y* und ein *z* existieren, und dass es falsch ist, dass ein *w* existiert, dass nicht identisch ist mit *x* und nicht identisch ist mit *y* und nicht identisch ist mit *z*:

$$(\exists x)(\exists y)(\exists z){\sim}(\exists w)$$
$$\quad (w{\neq}x \;\wedge\; w{\neq}y \;\wedge\; w{\neq}z)$$

Der rechte Graph ergibt sich durch Übereinanderlegen des linken und mittleren; er sagt also, dass es höchstens drei Dinge gibt und mindestens drei Dinge gibt:

$$(\exists x)(\exists y)(\exists z)$$
$$\quad (x{\neq}y \;\wedge\; y{\neq}z \;\wedge\; x{\neq}z$$
$$\quad \wedge\; {\sim}(\exists w)(w{\neq}x \;\wedge\; w{\neq}y \;\wedge\; w{\neq}z))$$

Anhand dieses Beispiels zeigen sich mehrere ikonische Eigenschaften der Existenzgraphen:

Symmetrie: Ein EG, dem ein symmetrisches Objekt entspricht, kann so gezeichnet werden, dass er diese Symmetrie wiedergibt (wobei eine solche Darstellung unter Umständen mehr als zwei Dimensionen benötigt, um die Kreuzung von Linien zu vermeiden).

Additivität: Die (semantische) Konjunktion zweier EG kann durch (syntaktische) Kombination erzeugt werden, indem die ursprünglichen beiden EG übereinander gelegt werden, ohne dass etwas hinzugefügt, gelöscht oder umgestellt werden muss. Im obigen Beispiel ist darauf zu achten, dass die drei Individuenvariablen des einen EG denen des anderen EG durch Verbindung der Identitätslinien einzeln zugeordnet werden. Hierzu reicht es aus, dass die Größe und Ausrichtung der beiden EG zuvor richtig gewählt wurden (siehe Graphik). Die PPN erzeugt denselben Effekt durch Einfügung der zweiten Formel innerhalb des Skopus der drei Existenzquantoren, wobei die entsprechenden Existenzquantoren der eingefügten Formel wegfallen. Beide Formeln werden daher in ihrem Erscheinungsbild verändert.

Symmetrische Ikonizität der Zahldarstellung:

Jede natürliche Zahl n wird durch ein EG dargestellt, dass sich in n gleiche Untergraphen[50] aufteilen lässt.

Die symbolische Notation besitzt keine dieser Eigenschaften. Besonders auffällig ist, dass sie für „mindestens drei“ mit drei Variablen und drei Existenzquantoren auskommt, während sie für „höchstens drei“ und „genau drei“ *vier* Variablen und *vier* Existenzquantoren verwenden muss! Ohne Kenntnis der EG könnte man zur Entschuldigung der symbolischen Notation argumentieren,

[50] Der Begriff „Untergraph“ (‚subgraph‘) wird in der graphischen Logik in Entsprechung zu „Unterformel“ (‚subformula‘) in der symbolischen Logik gebraucht.

dass die Aussage „höchstens drei“ eben etwas über ein weiteres von diesen drei verschiedenes Individuum aussagt, nämlich dessen Nichtexistenz, und dass ihr damit der Symmetriebruch gegenüber „mindestens drei“ inhärent ist. Der Vergleich mit den EG zeigt jedoch, dass dies falsch ist: Der Symmetriebruch liegt in der Notation begründet, nicht in der logischen Struktur der Wirklichkeit, die sie darstellen will.

An anderer Stelle argumentiert John F. Sowa anhand vieler Beispiele, dass die Existenzgraphen in der Lage sind, die natürliche Sprache wesentlich direkter und einfacher wiederzugeben als die klassische Peirce-Peano-Notation der PL.[51] Natürliche Sprache ist aber nicht nur eine der komplexesten und erstaunlichsten kognitiven Leistungen des Menschen, sie ist auch ab einer gewissen Komplexitätsstufe die Voraussetzung vieler anderer Fähigkeiten des menschlichen Geistes.[52] Die Nähe der Existenzgraphen zur natürlichen Sprache kann daher auch als Hinweis auf ihre Nähe zur kognitiven Realität gelten.

3.1.3 Noch einmal: Ebenentrennung

Ikonizität ist eine Eigenschaft des Zeichens, die die Beziehung zwischen R und O betrifft: Sie ist die direkteste Beziehung, da sie eine Assoziation zwischen R und O ohne Bezugnahme auf eine Situation mit einem Kontext (Zweitheit) oder auf eine Regel (Drittheit) möglich macht. Damit legt sie den Interpretanten, der ja die Beziehung zwischen R und O charakterisiert,[53] auf „Erstheit“ fest. Schließt das die Darstellung von Zeichen, die I_2 und I_3 besitzen, mit Hilfe von Existenzgraphen aus?

Das Problem entsteht durch die Verwechslung zweier Ebenen: der Ebene der Zeichendarstellung und der Ebene der Zeichen selbst. Es löst sich daher, wenn man diese Ebenen sorgfältig unterscheidet: Die Existenzgraphen werden hier als Modell für die Repräsentation von Zeichen im Gehirn benutzt, dies gilt für die Repräsentation *jedes* Zeichens des Zeichendekalogs, gleichgültig wie sich R, O und I zu den drei Kategorien zuordnen lassen! Die erläuterten Vorteile der EG, die sich aus ihren ikonischen Eigenschaften sowie der größeren Nähe zur natürlichen Sprache ergeben, helfen uns, ein plausibles Modell dieser Repräsentation zu entwickeln.

Was nämlich bei einer Logik für den Alltagsgebrauch in der Regel nicht stört, nämlich eine Diskrepanz zwischen den Relationen auf der semantischen Ebene und den Relationen auf der syntaktischen Ebene, ist für ein Modell der Zeichenrepräsentation ein Nachteil, wie wir bereits gesehen haben. Wir müssten dann annehmen, dass zum Beispiel die „drei“ in der Proposition „(es gibt) genau drei (Individuen)“, wenn diese wie im Fall der PPN gespeichert wird, bei jedem Aufruf einer solchen Proposition aufwendig aus ihr extrahiert wird. Dem widerspricht jedoch die Realität unseres Denkens, bei dem gerade die Operation auf solchen semantischen Eigenschaften die einfachste und direkteste ist. So ist es keine Frage für uns, dass die Aussagen „höchstens drei“ und „genau drei“ zu „mindestens drei“ gehören und nicht zu „mindestens vier“ – obwohl sie ihrer Repräsentation in der PPN nach dieser ähnlicher sehen (aufgrund der Verwendung von vier Existenzquantoren und vier Individuenvariablen).

Im kommenden Abschnitt 3.2 werden wir sehen, dass wir tatsächlich innerhalb jedes EG eine Unterscheidung zwischen Erstheit, Zweitheit und Drittheit vornehmen können. Während wir die Ikonizität, die eine generelle Eigenschaft des logischen Systems „Existenzgraphen“ ist, also mit I_1 (Ikon) in Verbindung bringen, können wir dieses System auf der Ebene der Zeichendarstellung als Modell für alle drei Typen von Zeichen (I_1 = Ikon, I_2 = Index, I_3 = Symbol) verwenden.

Die vorgenommene Ebenentrennung hilft uns, zwei Schwierigkeiten zu lösen:

– Sie ermöglicht uns nicht nur die Repräsentation von Zeichen mit I_1, sondern auch mit I_2 und I_3.

[51] Sowa 1997.

[52] Vertreter der KI-Forschung, aber auch Logiker vergessen bisweilen, dass ohne Einsatz der natürlichen Sprache noch kein Algorithmus erstellt und kein formales logisches System entwickelt wurde.

[53] Robert Marty (Marty 1982: 175) drückt dies in der Formel aus: „I maps R unto O“. Zur Rolle des Interpretanten vgl. auch Abschnitt 2.2.

– Sie zeigt, wie das Gehirn abstrakte Einheiten wie Symbole repräsentieren kann, ohne selbst auf Symbolverarbeitung zu basieren.[54]

Um zwischen den zehn Zeichen des Dekalogs nur mit Hilfe der Kategorien unterscheiden zu können, müssen wir allerdings auch die Unterscheidungen zwischen R_1, R_2 und R_3 sowie O_1, O_2 und O_3 repräsentieren können.[55] Wie wir sehen werden, ermöglichen uns die EG die systematische Unterscheidung zwischen Erstheit, Zweitheit und Drittheit. Heißt das, dass wir für R, O und I *je ein EG* zur Repräsentation annehmen sollten? Dies erscheint zunächst überraschend, da ein EG ja eine Proposition ausdrückt. Können wir wirklich drei davon für die Repräsentation eines einzelnen Zeichens annehmen?

Wir können, wenn wir bereit sind, einen konsequent konstruktivistischen Ansatz zu verfolgen und anzunehmen, dass sich auch scheinbar einfache Zeichen tatsächlich auf komplexe Art zusammensetzen. Dies hat sich schon oft als die richtige Herangehensweise erwiesen; beispielsweise sei hier auf die enorme Komplexität verwiesen, die die Verbindung zwischen der genetischen Information des Erbguts und den damit repräsentierten Erbanlagen kennzeichnet, eine Verbindung, die sich ja nur in den seltensten Fällen als schlichte Eins-zu-eins-Zuordnung von Gen und Erbanlage erweist.

In dieser Arbeit will ich mich allerdings darauf konzentrieren, allgemeiner zu argumentieren und zunächst nur die Verbindung aufzuzeigen, die die Peircesche Kategorienlehre zwischen seiner Semiotik und seiner graphischen Logik schafft: Sie ist einerseits Voraussetzung für die Peircesche Klassifikation von Zeichentypen, leistet andererseits aber auch eine klare Einteilung von Propositionen der graphischen Logik nach ihrer kategorialen Wertigkeit.[56] Damit zeigt sie aber auch eine Verbindung der Semiotik zur graphischen Logik auf, die die symbolische Logik nicht besitzt.

Denn diese Verbindung besteht natürlich auch für die grundlegendere Zeichen-Klassifikation als Ikon, Index und Symbol, die ja auf Erstheit, Zweitheit und Drittheit des Interpretanten beruht. Hier ist die Zuordnung zu Existenzgraphen schon jetzt problemlos möglich, da eine separate Repräsentation von R, O und I wie beim Zeichen-Dekalog nicht nötig ist.

3.2 Peirces Relationenlogik

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit Forderung 2 aus Abschnitt 2.5:

Das Darstellungssystem sollte die Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit, die wir für den Aufbau des Zeichen-Dekalogs benötigen, in angemessener Weise unterscheiden.

Nun lassen sich viele Darstellungssysteme denken, die auf irgend eine Weise zwischen den drei Kategorien unterscheiden. Wichtig ist daher der Zusatz „in angemessener Weise“. Semantische Überlegungen kommen dabei nicht in Frage, da es ja um ein Darstellungsmodell unterhalb der semantischen Ebene geht (die Semantik beschäftigt sich mit dem Verhältnis von R und O; wir wollen jedoch R, O und I überhaupt erst repräsentieren). Eine solche Darstellung muss den formalen Kriterien genügen, die Peirce an seine Kategorien stellt.

Das zentrale Kriterium ist hier die Peirce Reduktionsthese: Ob es sich einfach um „irgendwelche“ Monaden, Dyaden und Triaden oder aber um Monaden, Dyaden und Triaden *im Peirceschen Verständnis* handelt, lässt sich an der Gültigkeit dieser These erkennen, die Peirce in seinem Werk mehr als 20 Mal wiederholt.[57]

3.2.1 Eins, zwei, oder drei …

Bevor wir uns der Reduktionsthese zuwenden, müssen wir zunächst sehen, an welcher Stelle in der

54 Der an dieser Stelle scheinbar vorhandene Vorteil des „computationalism“, Symbolverarbeitung als grundlegend anzunehmen, gleicht sich rasch wieder aus, da er zur Erklärung des Zeichen-Dekalogs ebenfalls eine zweite Ebene annehmen muss, auf der mit Hilfe von Symbolen wiederum Ikone und Indizes repräsentiert werden können.

55 Vgl. die Darstellung des Zeichen-Dekalogs in Abschnitt 2.3.

56 Vgl. Abschnitt 3.2.

57 Brunning 1994: 114.

graphischen Logik von Peirce die Dreiteilung in Monaden, Dyaden und Triaden vorkommt. Dies kann kurz und schmerzlos anhand eines Peirce-Zitats aus dem schon vielstrapazierten MS 514 geschehen:[58]

> Indivisible graphs usually carry „**pegs**" which are places on their periphery appropriated to denote, each of them, one of the subjects of the graph. A graph like „thunders" is called a „**medad**" as having no peg (though one might have made it mean „**some time** it thunders" when it would require a peg).
>
> A graph or graph instance having 0 peg is **medad**.
>
> A graph or graph instance having 1 peg is **monad**.
>
> A graph or graph instance having 2 pegs is **dyad**.
>
> A graph or graph instance having 3 pegs is **triad**.

Der Medade entspricht in der Aussagenlogik die Proposition.

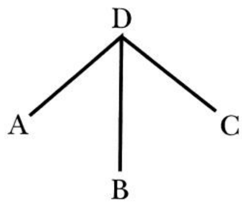
Der Monade entspricht in der Prädikatenlogik das monadische Prädikat (oder die Eigenschaft).

Der Dyade entspricht in der Prädikatenlogik das dyadische Prädikat (oder die binäre Relation).

Der Triade entspricht in der Prädikatenlogik das triadische Prädikat (oder die ternäre Relation).[59]

3.2.2 Die Überprüfung der Reduktionsthese für die Relationenlogik

Jaqueline Brunning setzt sich mit der Peirceschen Reduktionsthese in Bezug auf die Relationenlogik auseinander, die später zur Basis der Identitätslinien der EG wurde.[60] Ausgangspunkt ist die von Peirce vorgenommene Unterscheidung zwischen der „degenerierten" (‚degenerate') und der „genuinen" (‚genuine') Triade. Eine degenerierte Triade ist eine, die durch die Zusammensetzung dreier Dyaden entsteht; sie wird von Peirce so eingestuft, weil sie seiner Reduktionsthese widerspricht, derzufolge eine genuine Triade nicht auf Dyaden reduziert werden. Nehmen wir an, wir haben drei dyadische Relationen mit einem übereinstimmenden Korrelat: D—A, D—B und D—C. Es scheint, als könne man sie zu einer Triade kombinieren:



Peirce war es jedoch wichtig, dass diese Art der Kombination keine genuine Triade ergibt. Brunning erklärt dies damit, dass Peirce als Operation zur Kombination von Relationen nur das relative Produkt zuließ. Dieses Produkt, dass wir unten genauer betrachten werden, ist vom algebraischen Typ (n + m) – 1. „Algebraischer Typ" meint hier die Formel, die die Anzahl der Korrelate der neuen Relation aus denen der alten Relationen errechnet. Zur Kombination dreier dyadischer Relationen müsste man es zweimal anwenden, was den algebraischen Typ (n + m + r) – 2 ergäbe. Die obige Graphik dagegen ließe sich aus D—A, D—B, D—C nur durch eine Operation des algebraischen Typs (n + m + r) – 3 erzeugen. Da Peirce nur das relative Produkt zur Erzeugung genuiner Triaden zulässt, kann eine solche, aus drei dyadischen Relationen zusammengesetzte Triade in seinem System nur eine degenerierte Triade sein.

Wie aber kann man dann überhaupt eine Triade erzeugen? Peirce schreibt: „it is permitted to scribe an unattached line of identity on the sheet of assertion and to join such unattached lines in any

[58] MS 514: 13.

[59] Sowa 2003a: Kommentar zu MS 514: 13.

[60] Brunning 1997. Graphik: 256.

number of spots of teridentity“ (MS 478). Als Teridentität bezeichnet Peirce jene Stellen einer Identitätslinie, an der sich drei Linien treffen. Es ist sofort einsichtig, dass man jede Anzahl von Termen verbinden kann, ohne eine höherwertige Art der Verbindung als die Teridentität zu benötigen, da ein Anschluss ja an jeder Stelle möglich ist. Damit ist jener Teil der Reduktionsthese, der besagt, dass jede höherwertige Relation auf eine genuine Triade zurückgeführt werden kann, in den Graphen unmittelbar einsichtig.

Um den anderen Teil, die Nichtreduzierbarkeit genuiner Triaden, nachzuweisen, müssen wir zeigen, dass sich Teridentität nicht innerhalb der Graphen definieren lässt, sondern als Grundelement angenommen werden muss. Dies ist leicht zu zeigen, da Peirce, wie bereits erwähnt, nur das relative Produkt zur Verbindung zweier Terme zulässt.

Betrachten wir zunächst die Funktionsweise des relativen Produkts. Eines seiner Beispiele ist „Lover of a woman“. Dies setzt sich nach Peirce aus „lover of something“ mit der PPN-Formel

$(\exists x)(\exists z)(Lxz)$

und dem EG

—lover—

und „something is a woman“ mit der PPN-Formel

$(\exists t)(Wt)$

und dem EG

—a woman

zusammen.

Hier handelt es sich um ein monadisches Prädikat und eine dyadische Relation. Die Anwendung des relativen Produkts bewirkt, dass sie durch Gleichsetzung eines Korrelats verbunden werden:

$(\exists x)(\exists z)(Lxz) \wedge (\exists t)(Wt) \wedge (z=t)$

Dies ergibt die Formel

$(\exists x)(\exists t)(Lxt \wedge Wt)$

Dem entspricht in den EG die Verbindung zweier „hooks“ oder „pegs“ (offene Enden von Identitätslinien):

—lover of— —a woman

Dies ergibt den EG

—lover of——a woman.

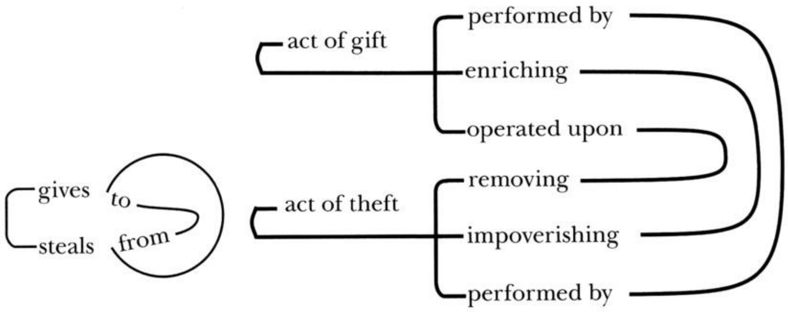
Wie man sieht, ergibt sich aus der Zusammenfügung einer Dyade mit einer Monade keineswegs eine Triade. Auch durch die Zusammenfügung mehrerer Dyaden entsteht keine Triade, sondern nur eine längere Kette:

—sister of——lover of——a woman

Das folgende Beispiel, das Brunning nach MS 292 zitiert, zeigt zwei zusammenhängende Triaden:[61]

> „Somebody steals something from somebody and gives it back.“

[61] Brunning 1997: 260f. Graphik: 260.



Der rechte EG ist mit dem linken äquivalent. Beim linken EG verstecken sich Triaden in den Relationsausdrücken „gives (to)“ und „steals (from)“, an die ohne genauere Begründung je drei Existenzlinien angehängt werden, die für die drei Korrelate stehen: den Dieb, den Bestohlenen und das Gestohlene/Zurückgegebene.

Beim linken EG sieht man, dass für jede Triade drei Dyaden erforderlich sind, was eine Gesamtzahl von sechs dyadischen Ausdrücken ergibt. Diese werden paarweise durch Identifizierung je zweier Korrelate verbunden (dies ergibt die drei Identitätslinien auf der rechten Seite). Zwei neue Prädikate werden eingeführt („act of gift“ und „act of theft“), die mit je drei der freibleibenden Korrelate identifiziert werden (die beiden Existenzlinien auf der linken Seite). Die vierfache Kreuzung der Identitätslinien kann problemlos als zwei Teridentitäten erkannt werden (durch Verschiebung der von links kommenden Linien nach oben oder unten); für jede Triade sind hier also zwei Teridentitäten vonnöten![62] Durch Umformungen solcher Art können die Verhältnisse explizit gemacht werden. Es ergibt sich die ausführliche Formel

$$(\exists r)(\exists s)(\exists t)(\exists u)(\exists v)(\exists w)(\exists x)(\exists y)[(\mathrm{ACTGIFT}(x) \wedge Pxr \wedge Exs \wedge Oxt) \wedge (\mathrm{ACTTHEFT}(y) \wedge Ryu \wedge Iyv \wedge Pyw) \wedge t=u \wedge s=v \wedge r=w]$$

In Worten lässt sich der Graph wiedergeben als: Es gibt eine Schenkung und es gibt einen Diebstahl, und der Ausführende bei der Schenkung ist identisch mit dem Ausführenden beim Diebstahl, und der Empfänger bei der Schenkung ist identisch mit dem Bestohlenen beim Diebstahl, und das Geschenkte bei der Schenkung ist identisch mit dem Gestohlenen beim Diebstahl.

Das Beispiel zeigt die Nichtreduzierbarkeit von genuinen Triaden. Im linken EG ist nichts Genaueres über die Natur der beiden Triaden zu erkennen. Doch die Umformung in den rechten EG zeigt es: Hier ist jede der beiden Triaden in drei Dyaden aufgelöst – doch die Drittheit verschwindet nicht! Sie drückt sich weiterhin in den Teridentitätspunkten aus, die notwendig sind, um die drei Dyaden jeweils miteinander zu verbinden.

Kommen wir noch einmal zurück auf die Reduzierbarkeit höherwertiger Relationen, wozu wir am Anfang dieses Abschnitts bereits den algebraischen Typs des relativen Produkts betrachtet hatten. Für die graphische Darstellung der Reduzierung gibt uns Robert W. Burch[63] den entscheidenden Tipp. Die Relation $R(x_1\ x_2, \ldots, x_n)$ lässt sich durch n dyadische Terme $I_1^2, I_2^2, \ldots, I_n^2$ und einen neu definierten modadischen Term R^1 ersetzen, die sich nun durch relatives Produkt verbinden lassen:[64]

$$(\exists y)[R^1(y) \wedge I_1^2(y,x_1) \wedge I_2^2(y,x_2) \wedge \ldots \wedge I_n^2(y,x_n)]$$

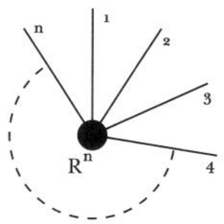
Dies bedeutet, in der graphischen Syntax der Relationenlogik, dass der n-adische Term

---

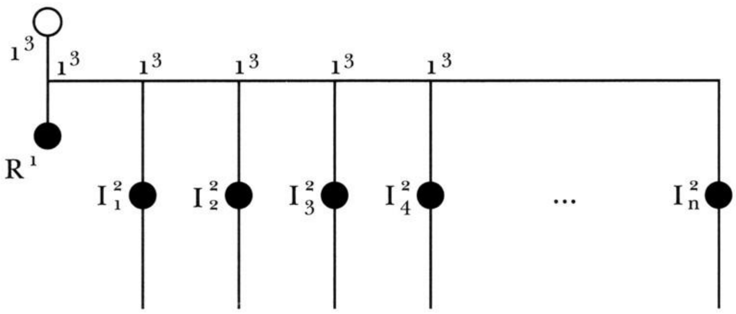
62 Das Beispiel zeigt, dass höherwertige Relationen auf eine zunehmende Anzahl von Teridentitäten reduziert werden.

63 Burch 1997.

64 Burch 1997: 250. Graphiken: 250 und 251.



ersetzt wird durch



(Anmerkung: Der Trick besteht darin, dass eine Monade konstruiert wird, die, mit den anderen Dyaden relativ multipliziert, für Gleichsetzung von mehr als drei Variablen sorgt. Im obigen Beispiel von Brunning hatten wir für jede der beiden Triaden eine Monade konstruiert, die Prädikate „act of gift“ und „act of theft“).

Zum Abschluss noch einmal je ein Beispiel für eine degenerierte und eine genuine Triade:

„Bruder der Kollegin seiner Freundin“

$(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Bxy \wedge Kyz \wedge Fzx)$

„Diebstahl (durch jemanden, an jemandem, von etwas)“

$(\exists u)(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Du \wedge Rux \wedge Iuy \wedge Puz)$[65]

3.2.3 Die Reduktionsthese als Verbindung zwischen Existenzgraphen und dem Zeichen-Dekalog

Die Gültigkeit der Reduktionsthese zeigt, dass die Monaden, Dyaden und Triaden, die wir in der Relationenlogik und in den EG finden, mit den Monaden, Dyaden und Triaden innerhalb des Zeichen-Dekalogs in enger Verbindung stehen. Nicht umsonst betont Peirce immer wieder, wie wichtig die Nichtreduzierbarkeit der Triadizität des Zeichens ist. Dies gilt auch für die Nichtreduzierbarkeit von genuinen Triaden auf Dyaden, und von genuinen Dyaden auf Monaden in der Relationenlogik, wobei letzterer Punkt hier nicht ausgeführt werden konnte. Damit ist die Unterscheidbarkeit zwischen Erstheit, Zweitheit und Drittheit in den Existenzgraphen gegeben.

Hier muss jedoch gewarnt werden: Die Identitätslinien eines EG und die Tatsache, dass sie dasselbe Korrelat für einen, zwei oder drei Terme bezeichnen, ist nicht mit den Zeichentypen Index, Ikon und Symbol gleichzusetzen. Obwohl die Identitätslinien Grundlage der ikonischen Logik der EG sind, sind sie selbst als Symbole anzusehen; das gilt für unverzweigte Identitätslinien ebenso wie für verzweigte.[66] Jedes Ikon ist eine Monade, jeder Index eine Dyade, jedes Symbol eine Triade;

[65] R, I, P sind dyadische Relationen, deren Benennungen aus dem obenstehenden Beispiel von Peirce stammen und für „removing“ (‚entfernen‘), „impoverishing“ (‚bestehlen‘) und „performed by“ (‚ausgeführt von‘) stehen. Entscheidend ist, dass zur Verbindung dieser drei Relationen die Variable u eingeführt werden muss, die durch das Prädikat D („Diebstahl“) gekennzeichnet wird und mit dem ersten Korrelat der drei Relationen R, I, P identifiziert wird. Die Relationen werden dadurch zu „Diebstahl von x“, „Diebstahl an y“, „Diebstahl durch z“.

[66] Man könnte sogar mit gewissem Recht behaupten, dass eine verzweigte Linie, also eine mit Teridentität, mehr

doch nicht alle Monaden, Dyaden und Triaden sind Index, Ikon bzw. Symbol!

Dennoch zeigt die Gültigkeit der Reduktionsthese für die Existenzgraphen, dass wir ein Experiment wagen können: Wir können versuchen, uns die EG als Denkmuster vorzustellen, die aus verschiedenen Zeichentypen zusammengesetzt sind. Wenn wir Peirce folgen, müssen wir annehmen, dass sich unser Denken aus den drei Grundtypen Index, Ikon und Symbol zusammensetzt, wobei es sich um eine Grobklassifikation handelt; wir erinnern uns, dass sie durch die Anwendung von Savans Regel weiter qualifiziert werden können, so dass wir schließlich zum Zeichen-Dekalog gelangen.

Wenn Erstheit, Zweitheit und Drittheit der drei Teile jedes Zeichens (R, O und I) aber ausreichen, um es zuverlässig zu klassifizieren, dann könnten sich die Existenzgraphen als geeignet erweisen, die Syntax der Gedankenprozesse im Gehirn darzustellen. Dabei müssen wir uns jedoch zweierlei klarmachen: Zum einen, dass wir zwischen möglichen Repräsentationen für R, O und I einerseits und zwischen der (schwierigeren) Frage unterscheiden müssen, ob auch für diese Grundtriade des Zeichens selbst eine Repräsentation als EG vorstellbar ist. Zum anderen, dass das Gehirn mit Sicherheit keine Existenzgraphen, wie wir sie auf dem Papier sehen, repräsentiert und speichert. Hier geht es nicht um die Frage der Repräsentation auf neuronaler Ebene, sondern um ein semiotisches Modell des Denkens. Dieses Modell des Denkens soll einen Vorschlag machen für den Zusammenhang zwischen den Zeichentypen, mit denen sich die Semiotik beschäftigt, und den Denkinhalten, mit denen sich die Logik beschäftigt. Die Repräsentation dieses Modells auf neuronaler Ebene dagegen ist keine Frage, die allein aus semiotischer Sicht geklärt werden kann; hier müssen genauere Erkenntnisse der Hirnforschung abgewartet werden.[67]

3.3 Analoges Denken

In diesem Abschnitt wollen wir die Existenzgraphen als analoge Logik untersuchen. Nur eine nichtberechenbare Logik kann unserem Denken gerecht werden, soviel ist sicher – aber bietet die Analogität hier einen Ausweg? Zu Beginn soll ein Vergleich zwischen den Peirceschen „Existenzgraphen“ (EG) und den „Conceptual Graphs“ (CG) von John Sowa gezogen werden. Er dient als Einführung zu einer Analyse eben jener Eigenschaft, die das System der EG ungewöhnlich machen: ihrer Analogität, die sich aus der Verwendung der Kontinuität (bei „cuts“, Identitätslinien und Assertionsfläche) ergibt. Die hier gegebenen Erläuterungen sind ergänzend zu den bereits in 3.1 gezeigten ikonischen Grundeigenschaften der EG gedacht.

3.3.1 John F. Sowa: der stillschweigende Verzicht auf die Ikonizität

Sowa hat seine Theorie der „Conceptual Graphs“ (CG) auf der Basis der EG entwickelt. Er sieht die CG als Erweiterung der EG an. Tatsächlich mögen die EG für Programmierbarkeit, Maschinenlesbarkeit usw. ein Fortschritt sein. Der Vergleich anhand eines Beispiels zeigt jedoch, dass die CG kognitiv wesentlich weniger plausibel sind als die EG.

Das Beispiel entstammt einem Artikel von Sowa.[68] Dort diskutiert er die folgende Proposition:

„You can lead a horse to water, but you can't make him drink.“

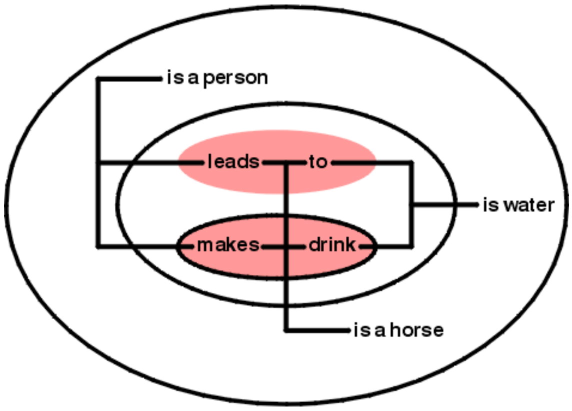
Der folgende Gamma-EG stellt diese Proposition dar:[69]

ikonische Aspekte zeigt als eine unverzweigte.

67 Vgl. zu diesem Punkt Abschnitt 2.5, Fußnote 27.

68 Sowa 2003b.

69 Graphik entnommen aus: Sowa 2003b.



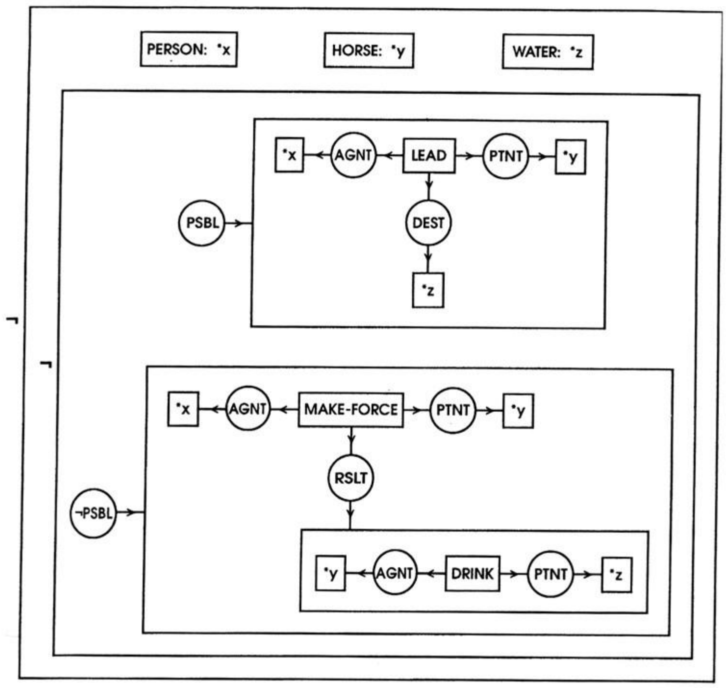
Dieser Graph entspricht der folgenden Formel:

$\sim(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\mathrm{person}(x) \wedge \mathrm{horse}(y) \wedge \mathrm{water}(z) \wedge \sim(\Diamond\mathrm{leadsTo}(x,y,z) \wedge \sim\Diamond\mathrm{makesDrink}(x,y,z)))$

Unter Verwendung des Symbols $\supset$ für die Implikation, die in den EG durch den „scroll“ ausgedrückt wird,[70] entsteht die Formel:

$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((\mathrm{person}(x) \wedge \mathrm{horse}(y) \wedge \mathrm{water}(z)) \supset (\Diamond\mathrm{leadsTo}(x,y,z) \wedge \sim\Diamond\mathrm{makesDrink}(x,y,z)))$

Im Gamma-Teil werden „tinctures“ (Färbungen) zur Anzeige des ontologischen Status von Graphen oder Teilgraphen verwendet. Das Rot der gefärbten Innenflächen steht für „Möglichkeit“. Dieselbe Proposition wird in den Conceptual Graphs folgendermaßen dargestellt:[71]



70 Der „scroll“ besteht aus zwei ineinanderliegenden „cuts“, die eine Implikation ausdrücken, wobei der Vordersatz zwischen den beiden „cuts“ und der Nachsatz im inneren „cut“ geschrieben wird (vgl. auch die Graphik in 3.6.1).

71 Graphik entnommen aus: Sowa 1997: 430.

Erläuterung:

1. Ein Term wird mit einer Variablen verbunden. Beispielsweise wird der Term „Horse“ der Variablen *y zugeordnet, die dann an drei Stellen im Diagramm erscheint. Variablen sind aber Symbole (aufgrund ihrer konventionellen Bedeutungszuordnung), damit widersprechen sie aber Peirces ursprünglicher Idee bei den EG, eine ikonische Logik zu entwickeln.

2. Jeder „cut“ erhält ein Label, so dass die Ikonizität des „cut“, der die Unterscheidung zwischen dem einer Kategorie Zugehörigen und dem nicht Zugehörigen durch eine entsprechende Abtrennung der Fläche darstellt, zur Symbolizität der Label wird ($\neg$, PSBL, $\neg$PSBL). Diese Label ersetzen die Linie als „Unterscheidung“ (die „innen ist nicht außen“ impliziert), die unterbrochenen Linie als „Möglichkeit“ (eine ikonische Darstellung einer noch nicht endgültigen Unterscheidung;[72] Peirce hätte auch eine „hellere Linie“ oder eine „Bleistiftlinie“ vorschlagen können, um einen noch nicht endgültig realisierten, jedoch denkbaren Zustand zu beschreiben, was jedoch beides in der schriftlichen Notation umständlicher wäre) und den Färbungen. Dass Farbkodierungen für modallogische Zuordnungen (notwendig, möglich; erlaubt, verboten; usw.) kognitiv plausibel sind, zeigt die Tatsache, dass Farbkodierungen in einigen Bereichen des Denkens bereits nachgewiesen wurden (z.B. assoziieren viele Menschen Farben mit Zahlen, mit Wochentagen oder mit Gefühlen).

3. Mit der neuen Notation wird auch einer der größten Vorteile der EG aus kognitiver wie aus logischer Sicht, die sofortige Erkennbarkeit der höherwertigsten nichtreduzierbaren Relation, beeinträchtigt. Wir erinnern uns, dass jeder EG so umgeformt werden konnte, dass die Identitätslinien durch das Vorhandensein oder Fehlen der Teridentität das Vorhandensein oder Fehlen einer genuinen Triade anzeigten. Bei den CG bleiben solche Verhältnisse weitgehend unklar.

Die analytischen Qualitäten der EG, die zwischen Erstheit, Zweitheit und Drittheit ikonisch unterscheiden, sind eine jener Qualitäten, die sie als plausible Darstellungsmethode für Peircesche „phanerons“ oder Gedankenzeichen erscheinen lassen. Ein anderer Vorteil ist die Tatsache, dass die Identitätslinien, an denen wir das Vorhandensein der jeweiligen Kategorie einer Relation (Monade, Dyade oder Triade) an jeder Stelle der Proposition direkt ablesen können, noch weitere analytische Eigenschaften aufweisen, die für eine Darstellung im Gehirn – im Gegensatz zu einer symbolischen Darstellung – durchaus plausibel erscheinen: Identität und Kontinuität bleiben gewahrt.

3.3.2 Die Analyse von Identität und Kontinuität

Peirce hielt seine EG für überlegen gegenüber der symbolischen Logik, die er selbst zuvor um den Allquantor und den Existenzquantor erweitert hatte.[73] Sehr aufschlussreich ist in dieser Hinsicht eine Passage, in der Peirce die „selectives“ diskutiert. Dies sind Zeichen, die bei komplizierten Beta-Graphen zur besseren Lesbarkeit die Identitätslinien ersetzen können, indem sie jedes Ende einer Identitätslinie mit einem Buchstaben des Alphabets markieren und dann die Linien löschen. Peirce betont jedoch explizit, dass diese Zeichen eine zweitklassige Notation erzeugen und möglichst vermieden werden sollten. Für die meisten heutigen Logiker wird dies unverständlich erscheinen – schließlich sind die beiden Notationen von ihrer Ausdrucksstärke her äquivalent!

Peirce erläutert dazu, dass die Identität der beiden Buchstaben nur durch eine spezielle Konvention für ihre Interpretation („convention of interpretation“) zustande kommt (CP 4.561). Dasselbe gilt natürlich auch für jede Variable in einer gewöhnlichen algebraischen Notation: Es kennzeichnet die Symbolizität von Variablen, bei dem die Bedeutungszuordnung konventionell erfolgt und damit auch die Identität verschiedener Token desselben Typs konventionell gewährleistet wird. Man vergleiche dies mit einer ikonischen Darstellung, wo keine konventionelle Bedeutungszuordnung erfolgt und deshalb auch keine Token-Identität konventionell festgelegt werden muss: Sind die Token eines Repräsentamens (oder Signifikanten, in Saussurescher Terminologie) identisch, verweisen sie von alleine auf dasselbe Objekt (bzw. Signifikat).

[72] So ist ein Zaun, der erst teilweise errichtet wurde oder in dem Tore geöffnet sind, nur eine „mögliche Abtrennung“.

[73] Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation“.

Es könnte vielleicht wie eine persönliche Vorliebe erscheinen, dass Peirce die Ikonizität der Symbolizität vorzieht, doch er kann gute Gründe dafür angeben: Die symbolische Darstellung ist weniger analytisch. „There is here no analysis of identity“ (CP 4.561). Peirce ging es aber bei seiner Logik um eine Analyse des „mathematical reasoning“, womit er allgemein das deduktiv schließende Denken bezeichnete.[74]

Im Gegensatz zu manchem späteren Logiker verstand Peirce, dass dabei die Identität auch einer Analyse bedarf. Wir wissen heute, dass das Gehirn kein präzise arbeitender, mechanischer Apparat ist, eine Vorstellung, die sich seit dem 18. Jahrhundert und seiner Maschinengläubigkeit zunehmend verbreitet hatte. Würde das Gehirn symbolisch arbeiten, dann wäre auch die Darstellung der Identität kein Problem, da die angenommenen Symbole gewöhnlich als Bestandteile eines Kodes betrachtet werden und damit die Unterscheidung zwischen Token (dem Auftreten eines Kode-Elements) und Typ (dem Kode-Element selbst) wirksam wird. Wenn zwei Token auftauchen, verweisen sie als Bestandteile eines festgelegten Kodes auf das absolut Gleiche. Arbeitet das Gehirn aber „analog“ (oder ikonisch), muss dies keineswegs der Fall sein.

Tatsächlich scheint es unwahrscheinlich, dass Menschen jemals zweimal den gleichen Begriff verwenden *und absolut dasselbe darunter verstehen* können (in der Realität ist eine Kontamination der Begriffe durch den jeweiligen Kontext wahrscheinlicher) – dies ist jedoch zum jetzigen Zeitpunkt noch Spekulation. Entscheidend ist, dass Peirce offenbar annahm, dass das Gehirn, wenn es in einer Proposition die Identität von Termen annehmen will, gut daran tut, diese direkt zu verbinden. Symbolisch zweimal dieselbe Variable zu schreiben, ist verglichen damit ein unsicheres Verfahren, weil es immer möglich ist, dass die Variablen doch nicht genau dasselbe bezeichnen.[75] Sollte diese Überlegung die Gründe, aus denen Peirce seine Existenzgraphen gegenüber der symbolischen Logik für überlegen hielt, zutreffend wiedergeben, dann ahnte Peirce, was uns die Neurologie heute nahe legt: Dass unser Denken ein höchst komplexer, immer von Interferenzen bedrohter Prozess ist, bei dem keine neuronale Repräsentation und keine mit Hilfe der Umformung neuronaler Repräsentationen erzeugte Argumentation vor Interferenzen durch zunächst unbeteiligte Neuronen sicher ist, die wir als „Assoziation“, „Konnotation“, „plötzliche Erinnerung“ usw. erleben.

Nun besitzen die Existenzgraphen natürlich verschiedene Token eines Typs, z.B. zwei verschiedene Identitätslinien. Diese jedoch verweisen niemals auf ein- und dasselbe Objekt; dieses wird immer durch eine Identitätslinie verbunden. Damit analysieren die EG die Identität selbst, was in Peirce' Augen ein großer Vorteil war.

Eng mit dem Problem der Identität verbindet sich das der Kontinuität. Peirce wollte eine Logik schaffen, die Kontinuität und Diskontinuität auch tatsächlich darstellt: Auch dies gelingt ihm mit den EG, wo eine Existenzlinie, die nicht von einem „cut“ gekreuzt wird, Kontinuität darstellt, eine Existenzlinie, die von einem „cut“ gekreuzt wird, dagegen Diskontinuität darstellt.

Betrachten wir noch einmal einen Ausschnitt aus MS 514:[76]

[74] Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation“.

[75] Dies lässt sich nur dann vermeiden, wenn man bei einem Darstellungssystem genau weiß, was akzidentiell und was bedeutungsunterscheidend ist (wie wir bei einem Buchstaben wissen, was Merkmale der Schrift sind – z.B. die Serifen – und was bedeutungsunterscheidend ist – z.B. der Haken, der ein i von einem j unterscheidet). Doch solche Merkmale können sich ändern; z.B. kann die Veränderung der Schriftart, die bei einer wissenschaftlichen Arbeit irrelevant wäre, in einem fiktionalen Text oder bei einer Handschriftenprobe bedeutungsunterscheidend sein. Eines der Merkmale des kreativen Denkens besteht darin, dass es die Festlegung, welche Merkmale akzidentiell und welche für die Bedeutung relevant sind, ändern kann.

[76] Zitiert nach: Sowa 2003a.

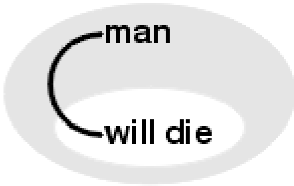


fig. 5

> Thus fig. 5 **denies** that there is a man that will not die, that is, it asserts that every man (if there be such an animal) will die. It contains two lines of identity.

Peirce spricht von zwei Linien, eine etwas unglückliche Ausdrucksweise; er sollte lieber von zwei Teilen einer Linie oder von einer durchgeschnittenen Linie sprechen, da zwei getrennte Existenzlinien zwei verschiedene Argumentvariablen für die beiden einstelligen Prädikate anzeigen würden.[77]

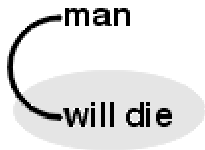


fig. 6

> It denies which fig. 6 asserts, „there is a man that is something that is something that is not anything that is anything unless it be something that will not die". I state the meaning in this way, to show how the identity is continuous regardless of shading; and this is **necessarily** the case. In the nature of identity that is its entire meaning. For the shading denies the **whole** of what is in its area but not each part except disjunctively.

Die etwas schwer verständliche Formulierung für die Existenzlinie könnte man auch so ausdrücken: „Es gibt etwas, das identisch ist mit etwas, das identisch ist mit etwas, das *nicht* identisch ist mit etwas, das identisch ist mit etwas, das sterben wird". Jeder Punkt auf der Linie (und es sind natürlich unendlich viele) kann auf diese Weise beschrieben werden: Die Identität wird *kontinuierlich* auf der Existenzlinie weitergegeben. Zeman betont, dass die überlegenen analytischen Eigenschaften bezüglich Identität und Kontinuität für Peirce so wichtig waren, dass sie die Überlegenheit der EG gegenüber symbolischer Logik begründeten.[78] Leider bringt Zeman „diskontinuierliche" und „geschnittene" Existenzlinien durcheinander[79] und missachtet dabei den mathematischen Begriff

[77] Die Formel für fig. 7 lautet:

$(\forall x)(\mathrm{man}(x) \supset \mathrm{sterbenmüssen}(x))$

Wäre die Identitätslinie auf der schattierten Fläche unterbrochen, bedeutete fig. 7: „Wenn es einen Menschen gibt, dann muss alles sterben."

$(\forall x)(\forall y)(\mathrm{man}(x) \supset \mathrm{sterbenmüssen}(y))$

Wäre die Linie auf der weißen Fläche unterbrochen, bedeutete fig. 7: „Wenn es einen Menschen gibt, dann gibt es (irgend) etwas, das sterben muss."

$(\forall x)(\exists y)(\mathrm{man}(x) \supset \mathrm{sterbenmüssen}(y))$

[78] Die Analyse der Identität besteht darin, dass jeder Diskontinuität auf der Assertionsfläche eine Diskontinuität im Diskursuniversum entspricht (Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation").

[79] Zeman (Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation") spricht von einer „diskontinuierlichen Linie" (‚discontinuous line'), wenn eine Existenzlinie durch einen „cut" verläuft. Er weist darauf hin, dass sich Peirce einen „cut" wie einen tatsächlichen Schnitt durch die Assertionsfläche vorstellte, so dass die Linie auf einer anderen Fläche fortgesetzt würde (der verneinten Fläche innerhalb des „cut"), was Diskontinuität zu implizieren scheint. Problematisch ist diese Beschreibung deshalb, weil diese Linie ja dennoch anders gedeutet wird, als es eine unterbrochene Linie würde (vgl. Fußnote 77); die Eigenschaft, dass sie – von allen Gedankenexperimenten abgesehen – tatsächlich *eine* Linie ist, die eben nur eine andere Linie, den „cut", schneidet, ist entscheidend für ihre Interpretation. Wie können wir das auseinanderhalten?

der Kontinuität.[80] Um das zu vermeiden, können wir den Sachverhalt so ausdrücken:

– Identität von Individuen wird durch nicht (von einem „cut“) geschnittene Kontinuität angezeigt;
– Nicht-Identität von Individuen wird durch (von einem „cut“) geschnittene Kontinuität angezeigt;
– getrennte Untersuchung von Individuen wird durch Diskontinuität (oder Separation) angezeigt.

Ebenso nimmt Peirce für die Assertionsfläche zweidimensionale Kontinuität an, wie das folgende Zitat zeigt:[81]

> You may regard the ordinary blank sheet of assertion as a film upon which there is, as it were, an undeveloped photograph of the facts in the universe. I do not mean a literal picture, because its elements are propositions, and the meaning of a proposition is abstract and altogether of a different nature from a picture. But I ask you to imagine all the true propositions to have been formulated; and since facts blend into one another, it can only be in a continuum that we can conceive this to be done […]. Of this continuum the blank sheet of assertion may be imagined to be a photograph.

Und wenn es um Gamma-Graphen geht, die alle möglichen Welten mit berücksichtigen sollen, ist sogar eine *dreidimensionale* Menge von Assertionsflächen, die durch „cuts“ miteinander verbunden werden können und auf die vierdimensionale Graphen geschrieben werden sollten,[82] vorgesehen! Dieses Projekt scheiterte jedoch daran, dass Peirce für die Gamma-Graphen keine vollständige Menge von Inferenzregeln mehr angeben konnte.[83]

3.3.3 Analogität als Ausweg?

Dass Peirce die Kontinuität als Darstellungseigenschaft der EG so wichtig war, erklärt sich daraus, dass er auch das Denken als kontinuierlichen Prozess ansah.[84] Und in der Tat hatte Peirce dieselbe Idee, die in dieser Arbeit vertreten wird, wenn er schreibt: „the system of existential graphs is a rough and generalized diagram of the Mind“.[85]

Kontinuierlich ist in der Analysis jede Funktion, die ‚keinen Sprung‘ macht: für jedes $x_0 \in \mathbb{R}$, $f(x) \to f(x_0)$ für $x \to x_0$ (vgl. Fußnote 80). Diese Unterscheidung hat nichts damit zu tun, ob eine kontinuierliche Linie von einer anderen geschnitten wird oder nicht, was sich mit Hilfe von Schnittmengen ausdrücken lässt. Die natürliche Sprache ist hier jedoch schon ausreichend genau, indem sie „geschnittene“ und „nicht geschnittene“ von „kontinuierlichen“ und „diskontinuierlichen“ Linien unterscheidet.

Die Linie in fig. 7, die durch einen „cut“ verläuft, wird von diesem geschnitten und ist dennoch kontinuierlich. Damit ist es gerechtfertigt, dass ihr dieselbe Argumentvariable zugeordnet wird, während bei getrennten (diskontinuierlichen) Linien verschiedene Argumentvariablen zugeordnet werden (vgl. Fußnote 77).

80 In der Mathematik wird der Begriff „kontinuierlich“ gleichbedeutend mit „stetig“ gebraucht. Für reelle Funktionen (das sind Funktionen, bei denen der Definitionsbereich X und der Zielbereich Y Teilmengen der reellen Zahlen sind) gilt die folgende Definition:

$$f : D \to \mathbb{R} \text{ stetig in } x_0 :\Leftrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) \text{ für } x, x_0 \in \mathbb{R}.$$

Stetige Funktionen sind also Funktionen, bei denen verschwindend geringe Änderungen des Eingabewertes auch nur zu verschwindend geringen Änderungen des Funktionswertes führen. Wenn verschwindend geringe Änderungen des Eingabewertes zu Sprüngen des Funktionswertes führen können, nennt man eine Funktion unstetig.

81 Peirce 1931-1958: 4.512. Siehe Zeman 2002 (Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation“) für Erläuterungen und weitere Peirce-Zitate zur Kontinuität der Assertionsfläche.

82 Eine zusätzliche Dimension ist, streng genommen, notwendig, um zwischen Abzweigungen einer Identitätslinie und Überkreuzungen verschiedener Identitätslinien zu unterscheiden. (Das gilt ebenso für die normale Assertionsfläche.)

83 Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „The Continuity Interpretation“.

84 Roberts 1973: 113.

85 CP 4.582. Dabei darf aber nicht außer acht gelassen werden, dass Peirce nicht nur Deduktion, sondern auch Abduktion und Induktion als logische Prozesse ansah. Der Deduktion entsprechen in einer Logik die Inferenzregeln (vgl. Abschnitt 3.4); Induktion und Abduktion dagegen lassen sich nicht formalisieren. Peirce wurde damit zum Begründer einer tychistischen Logik, d.h. einer Logik der Kreativität. Vgl. Ana H. Maróstica, *Tychistische Logik.* In: Pape 1994: 126-143, sowie Helmut Pape, *A Nonmonotonic Approach to Tychist Logic.* In: Houser u.a. 1997: 535-559.

Hier sind wir nun mit einem Mal wieder bei unserem Grundproblem angekommen: der Frage, wie das Gehirn denn Inhalte repräsentieren kann, wenn dem Denken kein Algorithmus zugrunde liegt. Eine plausible Interpretation dafür ist *Analogität.* Analoge Prozesse sind in der Regel nicht verlustfrei in digitale umsetzbar; diese können sie nur mehr oder weniger gut annähern. Eine solche Annäherung stellt bei linearen Prozessen in der Regel kein besonderes Problem dar; man muss nur wissen, wie genau man sie haben will, und entsprechend mehr oder weniger Rechenaufwand investieren. Bei nicht-linearen Prozessen dagegen addieren sich winzigste Abweichungen in nicht vorhersehbarer Weise auf. Diese extreme Sensibilität gegenüber den Anfangsbedingungen führt dazu, dass solche Prozesse überhaupt nicht mehr im strengen Sinne berechenbar sind, obwohl häufig ein *typischer Verlauf* berechnet werden kann. Analogität ist also eine Annahme, die eine Erklärung für das nicht-algorithmische Funktionieren des Denkens bieten könnte.[86] Und die von Peirce betonte Kontinuität seiner Logik ist natürlich nichts weiteres als Analogität![87] Zu fragen ist allerdings, ob Analogität nicht eine zu schwache Form der Nicht-Berechenbarkeit erzeugt; so lassen sich, wie erwähnt, die Prozesse des Wetters nicht vorausberechnen, sie sind jedoch in ihrem typischen Verlauf durchaus berechenbar.

Fassen wir zusammen: Peirce war der Meinung, dass die EG eine Analyse der Identität boten, während die zuvor von ihm selbst weiterentwickelte symbolische Logik diese unanalysiert voraussetzen muss. Dies geschieht über eine kontinuierliche Weitergabe der Identität auf der Identitätslinie. Aus unserer Sicht bedeutet das einen großen Schritt in Richtung „kognitive Realität". Zwar ist es durch die in der Einleitung erläuterten Ergebnisse keineswegs ausgeschlossen, dass das Gehirn Inhalte symbolisch repräsentiert; doch die Tatsache, dass es nicht-algorithmisch arbeitet, schließt eine Funktionsweise auf rein symbolischer Basis aus. Dadurch wird es wahrscheinlicher, dass analoge Prozesse in unserem Denken eine Rolle spielen.

3.4 Logisches Schließen

In diesem Abschnitt soll die Möglichkeit zum logischen Schließen innerhalb der EG erläutert werden. Dabei wird uns nicht nur die Funktionsweise der Schlussregeln interessieren; wir werden vor allem sehen, dass mit ihrer Hilfe größere analytische Genauigkeit bei starker Vereinfachung des Schließens gegenüber konventioneller symbolischer Logik gegeben ist. Für unseren Gesichtspunkt des Vergleichs der kognitiven Realität der graphischen und der symbolischen Logik spielt es vor allem eine Rolle, dass ein kompliziertes „Neuschreiben" bei den EG unnötig ist: Logisches Schließen wird zu einem Prozess der Umwandlung eines Graphen. Dies verwandelt den Schlussprozess in einen zeitlichen Ablauf (siehe das Beispiel in Abschnitt 3.4.3); Peirce spricht von „Moving pictures of thought".[88] Man vergleiche dies mit der konventionellen Methode zur Darstellung logischer Schlüsse, bei der die Stadien des Schlusses in tabellarischer Form aufgeschrieben werden. Da immer wieder auf frühere Stadien zurückgegriffen werden muss, ist eine Speicherung des ganzen Beweisprozesses notwendig. Dagegen erlauben es die Schlussregeln der EG, einfach so lange an *einer* Proposition ‚herumzuspielen', bis man das gewünschte Ergebnis hat. Auch hier zeichnet sich also ein Vorteil bezüglich der kognitiven Realität ab (vgl. Abschnitt 3.4.4).

Für das leichtere Verständnis des Kommenden zeigt die folgende Liste die Übertragung der Grund-

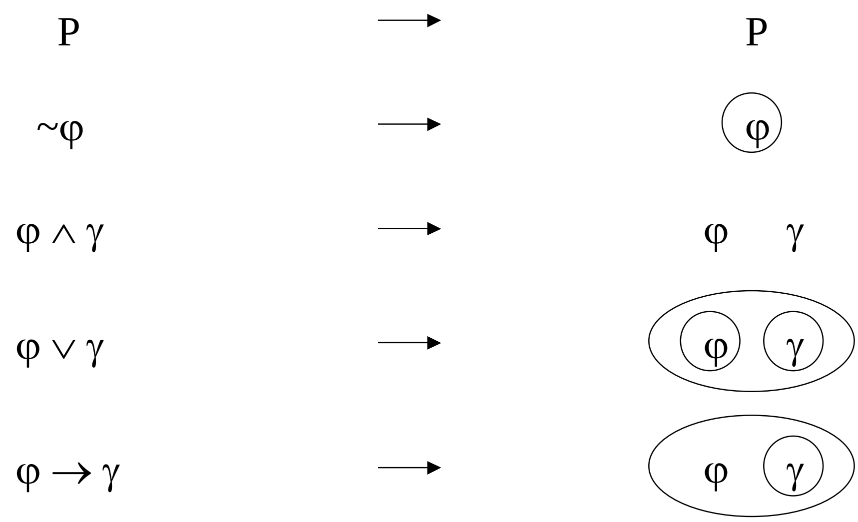
---

[86] Im Unterschied dazu postuliert Penrose eine „neue Physik", die Quantenphysik und konventionelle ‚Makrolevel'-Physik (Relativitätstheorie) vereinigt und das an ihrer Schnittstelle stehende Phänomen der „Dekohärenz" mit bislang noch unbekannten Gesetzen als *nicht-deterministischen Prozess* erklärt. Dies ist ein faszinierender Gedanke, doch die Analogität ist ein einfacherer Ausweg aus der „Gödel-Falle".

[87] Analogität ist auch notwendige Bedingung von Ikonizität und damit Voraussetzung für die wichtigste zusätzliche Eigenschaft der EG gegenüber der PPN. Der Zusammenhang kann hier nicht erläutert werden. Es sei nur darauf hingewiesen, dass eine nicht-analoge, aber scheinbar ikonische Logik in Wirklichkeit versteckt symbolisch sein wird, wie es z.B. der Fall wäre, wenn die Identitätslinien beim Versuch einer kontinuierlichen Interpretation, wie er oben dargestellt ist, Widersprüche zeigen würden.

[88] Peirce 1931-58: Bd. 4, § 8. Auch MS 298: 1 und MS 296: 6. (Zitiert nach: Pietarinen 2003: 2.)

operatoren der Prädikatenlogik in die EG.[89]



3.4.1 Inferenzregeln

Wie jede formale Logik besitzen auch die Existenzgraphen Schluss- oder Inferenzregeln, von Peirce „Permissions“ genannt. Sie sind erstaunlich einfach und übersichtlich. Dennoch haben sie gegenüber den Inferenzregeln der Prädikatenlogik verblüffende Vorteile. Dazu gehört zum ersten die schnellere Ableitbarkeit, wie in Abschnitt 3.4.3 am Beispiel des Leibnizschen *Praeclarum Theorema* gezeigt wird. Neben diesem (eher technischen) Vorteil besitzen sie jedoch auch eine größere analytische Genauigkeit, wie ein Vergleich mit der Fregeschen „Begriffsschrift“ zeigt (Abschnitt 3.4.2).

Peirce formuliert die folgenden Regeln:

> **1st Permission**. Any graph-instance on an unshaded area may be erased; and on a shaded area that already exists, any graph-instance may be inserted. This includes the right to cut any line of identity on an unshaded area, and to prolong one or join two on a shaded area. (The shading itself must not be erased of course, because it is not a graph-instance.)
>
> **2nd Permission**. Any graph-instance may be **iterated** (i.e. duplicated) in the same area or in any area enclosed within that, provided the new lines of identity so introduced have identically the same connexions they had before the iteration. And if any graph-instance is already duplicated in the same area or in two areas one of which is included (whether immediately or not) within the other, their connexions being identical, then the inner of the instances (or either of them if they are in the same area) may be erased. This is called the Rule of Iteration and Deiteration.
>
> **3rd Permission**. Any ring-shaped area which is entirely vacant may be suppressed by extending the areas within and without it so that they form one. And a vacant ring shaped area may be created in any area by shading or by obliterating shading so as to separate two parts of any area by the new ring-shaped area.[90]

Die drei grundlegende Werke zu den Existenzgraphen von Don D. Roberts,[91] Sun-Joo Shin[92] und

---

[89] Graphik entnommen aus: Bram van Heuveln, *EGTTDP: An Efficient Decision Procedure Based on Existential Graphs, Truth Trees, and Davis-Putnam.* Präsentation aus einer Serie von Präsentationen über die Existential Graphs. www.rpi.edu/~heuveb/research/EG/EGATP.ppt. Einsicht am 23.02.05. Folie 32.

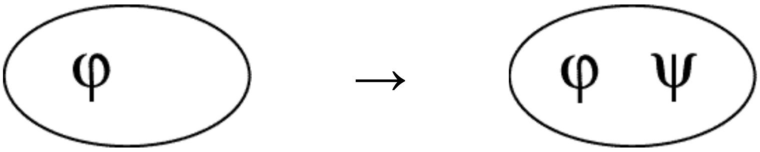
[90] Peirce, MS 514: 17f. (zitiert nach: Sowa 2003a)

[91] Roberts 1973.

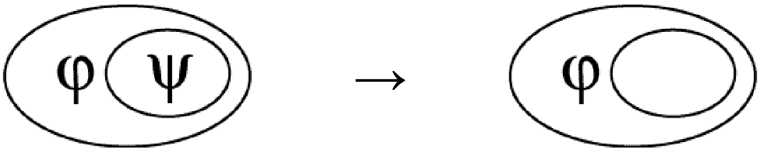
[92] Shin 2002.

Jay Zeman[93] untergliedern die „Permissions“, um sie übersichtlicher zu machen; sie kommen dabei auf eine unterschiedliche Anzahl von Regeln.
Zur Erläuterung der Peirceschen Regeln sei hier die Unterteilung von Jay Zeman vorgestellt:[94]

Regel 1: Einfügung auf ungeradem Level

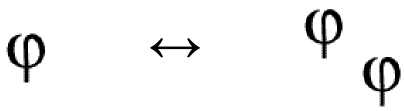


Regel 2: Löschung auf geradem Level

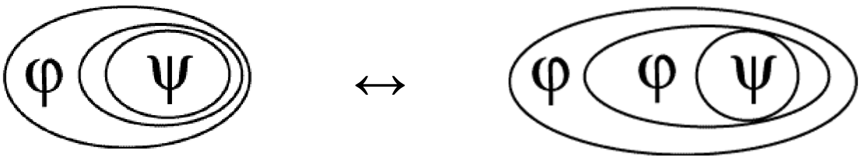


Regel 3 und 4: Einfügung / Löschung einer Wiederholung in Alpha[95]

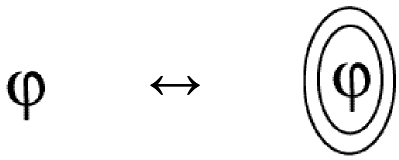
a) auf derselben Fläche



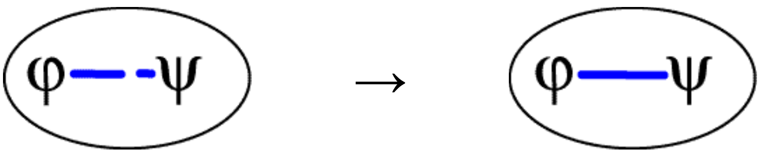
b) über einen „cut“ hinweg



Regel 5 und 6: Einfügung / Löschung des doppelten „cut“ in Alpha



Regel 7: Verbinden von Existenzlinien auf ungeradem Level

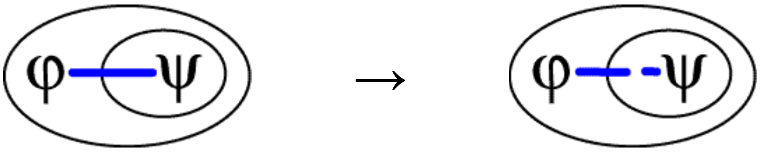


93 Zeman 2002 (erstmals veröffentlicht 1964).

94 Graphiken entnommen aus: Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „Transformations in the Existential Graphs“.

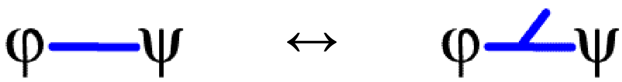
95 „Alpha“ ist jener Teil der Existenzgraphen, dem in symbolischer Logik die Aussagenlogik entspricht.

Regel 8: Trennen einer Existenzlinie auf geradem Level

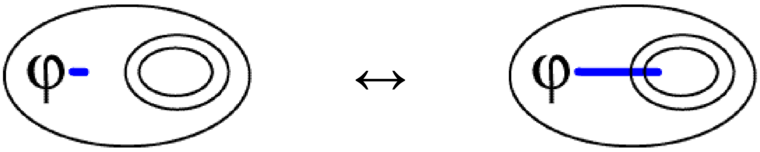


Regel 9 und 10: Einfügung / Löschung einer Wiederholung in Beta[96]

a) Einfügung / Löschung einer Abzweigung an einer Existenzlinie



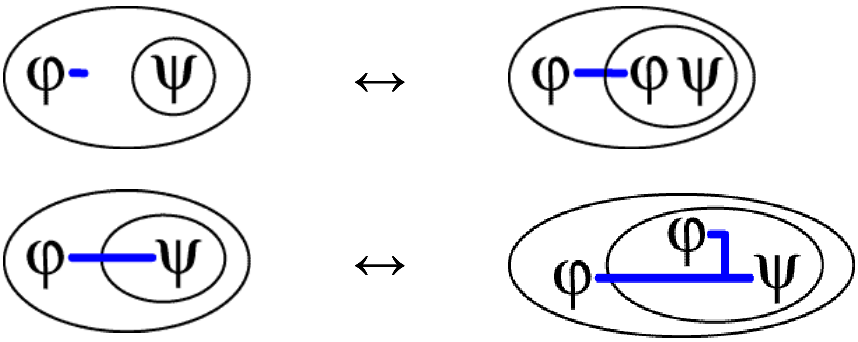
b) Verlängerung einer Existenzlinie nach innen / Verkürzung einer Existenzlinie von innen



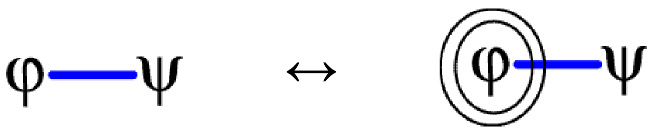
c) Einfügung / Löschung der Wiederholung eines Prädikats (unter Beibehalt aller Verbindungen der Existenzlinien)

– auf derselben Fläche

– über einen „cut“ hinweg



Regel 11 und 12: Einfügung / Löschung des doppelten „cut“ in Beta



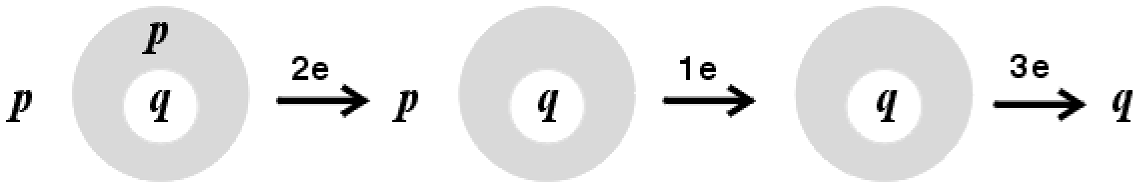
[96] „Beta“ ist jener Teil der Existenzgraphen, dem in symbolischer Logik die Prädikatenlogik erster Stufe entspricht.

Die Inferenzregeln für das Beta-System sind besonders interessant: Sie zeigen nämlich, dass es sich bei der Existenzlinie um ein Zeichen handelt, dessen Gebrauch sehr komplex ist. Sie verhält sich manchmal wie eine Variable, manchmal wie ein Satz, und manchmal wie ein Quantor.[97] Auch das deutet darauf hin, dass die EG keineswegs als eine bloße graphische Darstellung der Prädikatenlogik in Peirce-Peano-Notation (PPN) betrachtet werden können.

3.4.2 Die analytische Genauigkeit der Inferenzregeln

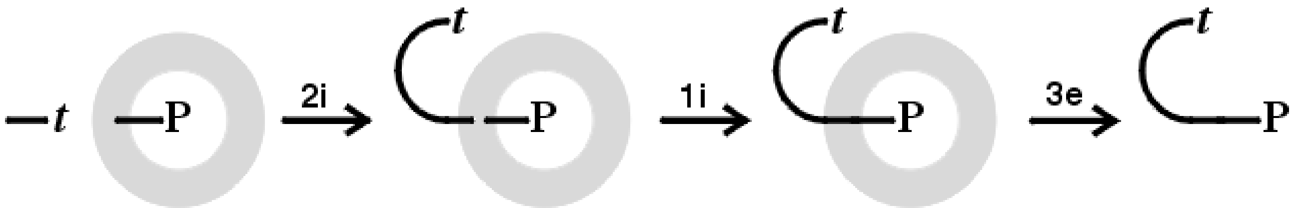
Die analytische Genauigkeit ist für Peirce ein wichtiges Kriterium für die Qualität einer Logik. Wer das nicht beachtet, könnte zu der Überzeugung kommen, dass die Geschwindigkeit eines Beweises die Hauptsache ist: „Namely he would suppose the object was to reach the conclusion from given premises with the utmost facility and speed, while the real purpose is to dissect the reasoning into the greatest possible number of distinct steps and so to force attention to every requisite of the reasoning.“[98]

In Abschnitt 3.4.3 werden wir sehen, dass die EG tatsächlich erstaunlich schnelle und elegante Beweise ermöglichen. Zu Recht weist Peirce jedoch darauf hin, dass ein wichtigeres Kriterium die analytische Genauigkeit der Darstellung ist (die natürlich nicht mit Umständlichkeit verwechselt werden darf); doch auch hier sind die EG anderen logischen Systemen überlegen. Sowa zeigt dies anhand der beiden Inferenzregeln aus Freges „Begriffsschrift“, deren Herleitung aus den Inferenzregeln der EG er demonstriert;[99] die Möglichkeit dieser Herleitung beweist die größere analytische Genauigkeit der EG. Die erste Inferenzregel ist der *modus ponens*, der voraussetzt, dass ein beliebiger Satz p und die Implikation $p \supset q$ gegeben sind:



Sowa orientiert sich an den Nummern für die Inferenzregeln von Peirce selbst, unterteilt diese aber in 1i, 2i, 3i und 1e, 2e, 3e. „i“ steht für „insertion“ und bezeichnet die jeweilige Unterregel zur Einfügung, „e“ für „erasure“ die Unterregel zur Löschung. Mittels 2e wird zunächst das innere Auftreten von p gelöscht. 1e ermöglicht auch die Löschung des äußeren p, das wir jetzt nicht mehr brauchen. Schließlich wird durch 3e die leere schattierte Fläche (doppelte Verneinung) gelöscht.

Die andere Inferenzregel ist die *Allquantor-Beseitigung.* Sie ermöglicht die Einsetzung eines Terms t für eine universell quantifizierte Variable in einem Satz der Form $(\forall x)\mathrm{P}(x)$. Der Term t wird in EG durch den Graph —t ausgedrückt. Der Allquantor wird als eine Linie dargestellt, deren äußerer Teil sich in einer schattierten Fläche befindet:



Im ersten Schritt wird durch 2i eine Wiederholung der äußeren Identitätslinie in der schattierten Fläche erzeugt. Da auch diese Wiederholung mit t verbunden sein muss, entsteht eine Verlängerung der Linie. 1i fügt eine Verbindung zwischen den beiden Identitätslinien im schattierten Bereich ein.

---

[97] Zeman 2002: Introduction, Abschnitt „Transformations in the Existential Graphs“.

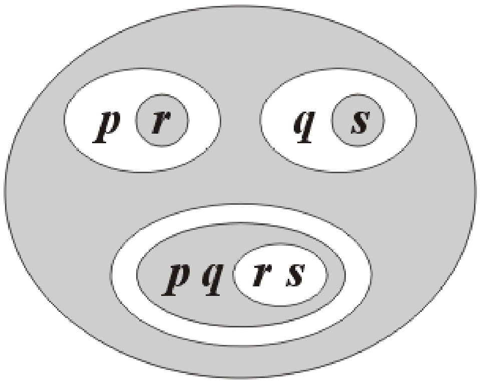
[98] MS 514: 21. Zitiert nach: Sowa 2003a.

[99] Die Darstellung in diesem Abschnitt folgt Sowa 2003a.

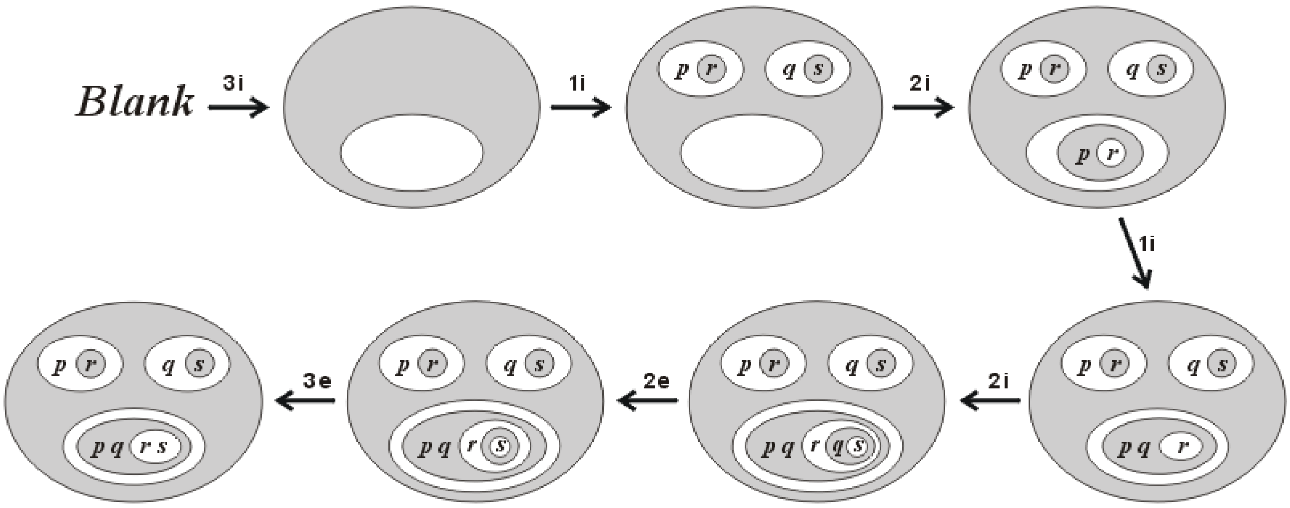
3e ermöglicht nun die Löschung der doppelten Verneinung.

3.4.3 Logische Beweise

Zur Demonstration eines Beweises sei das *Praeclarum Theorema* von Leibniz angeführt:[100]
$((p \supset r) \wedge (q \supset s)) \supset ((p \wedge q) \supset (r \wedge s))$
Das entspricht dem folgenden Graph:



Dieser Graph kann mit Hilfe der Inferenzregeln hergeleitet werden:



Ein Theorem ist eine logisch wahre Formel, daher muss es ohne Vorannahmen nur von der leeren Assertionsfläche bewiesen werden. Sowa weist in seiner Erläuterung des Beispiels darauf hin, dass jeder Beweis eines Theorems mit einer Anwendung von 3i beginnen muss, da keine andere Regel auf die leere Assertionsfläche angewandt werden kann.[101] Als zweiter Schritt folgt dann gewöhnlich die Einfügung von Prämissen in die schattierte Fläche. In diesem Fall wird der Graph, der der Formel $(p \supset r) \wedge (q \supset s)$ entspricht, dort eingefügt.

Der dritte Schritt besteht in einer Anwendung von 2i, die eine Wiederholung von $p \supset r$ in die innere weiße Fläche einfügt (natürlich hätte man auch $q \supset s$ nehmen können). Als vierter Schritt folgt eine Anwendung von 1i zur Einfügung von q in der inneren schattierten Fläche. Nun wird im fünften Schritt mit 2i eine Kopie von $q \supset s$ in die innerste weiße Fläche eingefügt. 2e erlaubt nun im sechs-

[100] Graphiken entnommen aus: Sowa 2003a. Dort finden sich weitere Beispiele, die auch die Inferenzregeln für Beta demonstrieren.

[101] Sowa 2003a.

ten Schritt die Löschung von q in der innersten schattierten Fläche, wofür die Bedingung ist, dass q außerhalb dieser Fläche nochmals vorkommt. Im siebten Schritt kann nun diese leere schattierte Fläche (die einem doppelten „cut“ entspricht) gelöscht werden, und das Theorem ist bewiesen.

Mehr als ein Jahrzehnt nach der Entdeckung der EG-Inferenzregeln benötigten Russell und Whitehead in *Principia Mathematica*[102] für die Herleitung desselben Theorems 43 Schritte, außerdem setzen sie fünf Axiome voraus.[103] Die Tatsache, dass die Inferenzregeln wie im letzten Abschnitt gesehen analytisch höchst genau sind, das Führen von Beweisen aber einfacher ist als in der klassischen Logik, kann als Hinweis darauf verstanden werden, dass sie die logischen Grundstrukturen der Wirklichkeit besser wiedergeben als die unnötig komplizierten herkömmlichen Regeln. Dies ist ein starkes Argument für die EG *als logisches System* – unabhängig von der Frage ihrer kognitiven Realität.

3.4.4 Transformation statt Iteration: Die kognitive Realität rückt näher

Der letzte Abschnitt hat einen wichtigen Unterschied zwischen den EG und der traditionellen symbolischen Notation deutlich gemacht: In den EG transformiert man zur Durchführung eines Beweises einen einzelnen Graph, indem man etwas dazutut (dazuschreibt) oder wegnimmt (löscht), während man in der traditionellen Notation viele Beweisschritte nacheinander schreiben muss.[104]

Dies ist beim gewöhnlichen Umgang mit einer Logik kein großer Vorteil, zum einen, weil man beim Durchführen eines Beweises nicht mit Bleistift und Radiergummi hantieren will, zum anderen, weil man Beweise nachvollziehbar machen möchte und dann eben doch neu schreiben muss, wie die obigen Beispiele zeigen (Abschnitt 3.4.2 und 3.4.3). Für die Frage der kognitiven Repräsentation dagegen ist es eine faszinierende Eigenschaft. Aus mnemotechnischen Untersuchungen ist bekannt, dass das Gehirn nur wenige Elemente gleichzeitig zur sofortigen Verfügung halten kann; so kann man zwar große Mengen von Informationen im Langzeitgedächtnis speichern, versucht man aber nur drei Informationen im Kurzzeitgedächtnis zu behalten und nimmt dann noch eine vierte hinzu, ist das Risiko groß, dass eine von ihnen verloren geht. Diese Tatsache spricht dagegen, dass ein klassisches Beweisschema mit seinen vielen Wiederholungen und der Notwendigkeit, sich immer wieder auf frühere Schritte zurückzubeziehen, kognitive Realität beanspruchen kann. – So denken wir ganz sicher nicht!

Was aber spricht für die EG als eine Alternative?

3.5 Denken in Bewegung

3.5.1 „Moving pictures of thought“

Dass Peirce selbst seine Existenzgraphen als „Moving pictures of thought“ (‚Film des Denkens‘) bezeichnete, wobei er die damals noch ganz neue Filmtechnologie als Metaphernquelle verwendete, zeigt seine Ambitionen für dieses logische System. Die EG sollten also keineswegs bloß zur Veranschaulichung logischer Verhältnisse dienen, wie es traditionellerweise logische Graphiken wie das „logische Quadrat“ der Syllogistik tun. Sie waren auch im Geist ihres Erfinders ein System, das kognitive Realität beanspruchen konnte. Dies meint hier jedoch nicht, dass es als bildliche Darstellung der Vorgänge im Gehirn verstanden werden darf (in diesem nicht-metaphorischen Sinn ist „moving pictures“ sicher nicht zu verstehen), sondern vielmehr, dass es sich als Modell des Denkens näher an der Realität des Gehirns befindet als eine symbolische Darstellung. Tatsächlich kann ersteres, sowieso eine sehr naive Interpretation des Peirceschen Diktums vom „Film des Denkens“, durch die heutige Einsicht ins Gehirn mittels EEG und vergleichbaren Technologien als widerlegt

[102] Alfred N. Whitehead und Bertrand Russell (1910-1913), *Principia Mathematica.* 3 Bde. Cambridge GB: Cambridge University Press.

[103] Sowa 2003a.

[104] Bram van Heuveln, *Alpha: Symbolization and Inference.* Präsentation aus einer Serie von Präsentationen über die Existential Graphs. www.rpi.edu/~heuveb/research/EG/Alpha.ppt. Einsicht am 25.02.05. Folie 24.

gelten – die dort erscheinenden Muster haben mit Sicherheit keine Ähnlichkeiten mit Existenzgraphen. Die zweite Annahme dagegen, die die symbolischen Komponenten des Denkens für weniger zentral hält und die Wichtigkeit analoger graphischer Komponenten betont, die über Ikonizität und Kontinuität als Darstellungsmittel verfügen, hat seit der Erfindung der EG aufgrund der in der Einleitung angerissenen Entwicklungen an Plausibilität gewonnen.

3.5.2 Spieltheoretische Aussichten

Die spieltheoretische Interpretation der Logik, der mit Hintikka begann,[105] verwendet eine von außen nach innen vorgehende Methode der Interpretation einer Formel, die zum Abschluss kommt, wenn eine Primformel erreicht ist. Erstaunlicherweise hatte Peirce diese Idee in seiner *endoporeutischen*[106] Methode vorweggenommen. Daran anknüpfend hat Ahti-Veikko Pietarinen eine spieltheoretische Interpretation der Existenzgraphen entworfen, die seiner Ansicht nach den Intentionen ihres Erfinders näher kommt als statische, an traditioneller Logik orientierte Interpretationen.[107]

Der spieltheoretische Ansatz ist für das Verständnis der Existenzgraphen nicht unbedingt notwendig; er beleuchtet jedoch interessante Aspekte ihrer Funktionsweise. Für unsere Fragestellung ist er vor allem interessant, weil einige dieser Aspekte eine Ähnlichkeit der Existenzgraphen zu unseren Denkprozessen aufzeigen. Pietarinen argumentiert, dass Peirce viele seiner logischen Konzepte (auch in seinen Beiträgen zur klassischen symbolischen Logik) auf eine Art entwickelte, die sich in spieltheoretische Begriffe übertragen lässt. Um die Teilnehmer eines solchen Spiels zu charakterisieren, verwendet Peirce Begriffspaare wie „proponent“ vs. „opponent“, „graphist“ vs. „grapheus“, „affirmer“ vs. „denier“, „Myself“ vs. „Nature“ und viele andere.[108]

Die Verwendung von Spielstrategien ist ein wichtiger Teil der Spieltheorie; Pietarinen vermerkt einschränkend, dass Peirce den Begriff „Strategie“ nicht verwendet, fährt jedoch fort, dass sich in seinem Begriff der „Gewohnheit“ (‚habit‘) ein ungefähres Äquivalent sehen lässt. Dies ist für eine spieltheoretische Interpretation logischer Sätze entscheidend, da es nicht auf den Verlauf eines einzelnen, zufälligen Spiels ankommt. Vielmehr ist der Satz dann richtig, wenn es eine zuverlässig zum Gewinn führende Strategie für den Verteidiger (von Pietarinen „Myself“ genannt, was hier als Eigenname verwendet wird) gibt, und dann falsch, wenn es eine solche Strategie für den Kritiker (von Pietarinen ebenso „Nature“ genannt) gibt.[109]

Wie funktioniert nun das Spiel der logischen Analyse eines Satzes? Kurz gesagt: Der Satz wird zunächst in seiner Gesamtheit betrachtet und durch Auswahl eines Teilsatzes immer weiter reduziert, bis zum Schluss nur noch eine nicht weiter zerlegbare Primformel („atomic sentence“) des logischen Systems übrig bleibt. Dabei gelten folgende Regeln: Wenn auf der jeweils höchsten Ebene eine Disjunktion oder ein Allquantor vorliegen, ist „Nature“ am Zug und wählt entweder eines der Disjunkte oder ein Individuum aus dem Geltungsbereich aus. Wenn dagegen eine Konjunktion oder ein Existenzquantor vorliegen, ist „Myself“ am Zug und wählt eines der Konjunkte oder ein Individuum aus dem Geltungsbereich aus. Das Spiel wird mit der ausgewählten Teilformel fortgesetzt; im Fall der Quantoren wird zusätzlich das jeweils ausgewählte Individuum anstelle des Quantors angenommen. Wenn ein Spieler einer Verneinung begegnet, werden die Spielerrollen getauscht, wobei auch die Gewinnkonventionen wechseln. Die Gewinnkonventionen lauten zu Beginn: Wenn eine Primformel, die wahr ist, von „Myself“ erreicht wird, gewinnt er/sie das Spiel. Wenn eine Primformel, die falsch ist, von „Nature“ erreicht wird, gewinnt er/sie das Spiel.[110]

105 Hintikka, Jaakko (1973), *Logic, Language-Games and Information.* Oxford: Oxford University Press.

106 Der Begriff ist von griech. *endon* „innerhalb“ und *poros* „Übergang“ abgeleitet.

107 Pietarinen 2003 und 2005.

108 Pietarinen 2005: 77f.

109 Pietarinen 2005: 129.

110 Pietarinen 2005: 129.

Die Interpretation von außen nach innen ist endoporeutisch, um den von Peirce geprägten Fachausdruck zu verwenden: Das Verfahren beginnt mit dem äußersten „cut“ oder einem Graph außerhalb dieses „cut“ und schreitet nach innen fort, bis eine Primformel oder ein leerer „cut“ erreicht ist. An jedem Punkt, an dem eine Entscheidung getroffen wird, kommt es zu einer Löschung: entweder es wird ein „cut“ entfernt (mit entsprechenden Auswirkungen auf die Identitätslinien) oder die nicht ausgewählten Teile des Graphs werden gestrichen. Jeder „cut“ führt zu einer Vertauschung der Spielerrollen und der Gewinnkonventionen. Am Ende wird eine Primformel erreicht. Wenn es sich dabei um eine leere Fläche handelt, gewinnt der Spieler, der die verifizierende Rolle spielt („Myself“); wenn es sich um einen leeren „cut“ handelt, gewinnt der Spieler, der die falsifizierende Rolle spielt („Nature“). Der analysierte Existenzgraph (oder: logische Satz) ist nun genau dann wahr, wenn der Spieler, der den ersten Zug als „Myself“ machte, unabhängig von den Entscheidungen des anderen Spielers gewinnen kann; er ist dann falsch, wenn der Spieler, der den ersten Zug als „Nature“ machte, unabhängig von den Entscheidungen des anderen Spielers gewinnen kann. Man spricht von einer „Gewinnstrategie“, die in diesem Fall für den Spieler existiert.[111]

3.5.3 Strategie und Dialog beim logischen Denken

Der spieltheoretische Ansatz ist nur eine mögliche Interpretation für die Existenzgraphen. Interessant ist er deshalb, weil er diesem logischen System bestimmte Eigenschaften zuordnet, die (teils in etwas anderer Form, vor allem aber sicher weniger formal) beim rationalen Denken eine zentrale Rolle spielen. Dazu gehört zunächst die Abwechslung zwischen der Suche nach Schwachpunkten (Kritik) und der Suche nach Stärken (Affirmation) beim Bilden einer Hypothese; dazwischen liegen Schritte der Veränderung der Hypothese. Jeder, der für sich allein Probleme zu lösen versucht, für die keine fertigen Antworten zur Verfügung stehen, seien dies nun wissenschaftliche Fragestellungen, Alltagsaufgaben oder die Interpretation des Verhaltens anderer, wird Vergleichbares festgestellt haben: Für einen effektiven Umgang mit Hypothesen ist einerseits die Suche nach Gegenbeispielen, nach Grenzfällen und Schwachpunkten nötig (wobei man jeweils die für die Hypothese ungünstigste Wahl aus den möglichen Beispielen treffen muss), dann aber auch wieder eine zustimmende Haltung anhand der Überlegung ‚Wo könnte diese Hypothese gelten? Unter welchen Bedingungen kann sie aufrechterhalten werden?‘. Diese Haltungen entsprechen im Grundsatz dem Vorgehen der beiden Spieler „Myself“ und „Nature“, die ihre Auswahl jeweils mit dem Ziel der Stärkung bzw. Schwächung der fraglichen Proposition treffen. Obwohl das Vorgehen im Einzelnen anders sein mag als der strenge spieltheoretische Ablauf, wie ihn Pietarinen beschreibt, gibt es doch deutliche Ähnlichkeiten; man könnte den spieltheoretischen Ansatz als formalisierten Spezialfall dieser beim forschenden und überlegenden Denken ablaufenden Prozesse ansehen.

Ebenfalls wichtig ist der Begriff der ‚Strategie‘. Wiederum ist zu betonen, dass die spieltheoretische Strategie einen Spezialfall darstellt; schon der Fall alltäglicher, weit komplizierterer Spiele wie Fußball zeigt, dass Strategien in der Regel intuitiver sind als die in der Spieltheorie angenommenen und deshalb auch selten hundertprozentig zum Erfolg führen. (Dies hängt auch damit zusammen, dass Menschen Spiele wie z.B. „Tic Tac Toe“, bei denen es einfache Gewinnstrategien gibt, als langweilig empfinden und wenig spielen.) Es kann jedoch postuliert werden, dass rationales Denken allgemein und insbesondere Problemlösung die Anwendung von Strategien voraussetzt. Tatsächlich ist es ja für eine Argumentation nicht ausschlaggebend, dass ich sie in einem Fall zum gewünschten Abschluss bringen kann, beispielsweise weil kein ernsthafter Widerspruch dagegen erhoben wird (dieser Fall ist vergleichbar mit dem glücklichen Gewinn eines Spiels in der spieltheoretischen Logik). Vielmehr ist für die Gültigkeit einer Argumentation oder einer Problemlösung entscheidend, dass sie *unabhängig von den dagegen erhobenen Einwänden* ihr Ziel erreichen kann. Deshalb denkt sich ein Redner, der erfolgreich in einer Debatte bestehen will, im Idealfall bereits im voraus die härtesten Einwände aus, die ihm einfallen, um schlüssige Widerlegungen dafür formulieren zu können; und ein Ingenieur überlegt sich im voraus die härtesten Anforderungen an sein

[111] Pietarinen 2005: 134.

Bauwerk, mit denen in einer bestimmten Umgebung zu rechnen ist. Erfolgreiches rationales Denken verlangt also die Abstraktion vom Einzelfall und die Erkenntnis, dass die Gültigkeit einer Argumentation vom Vorhandensein bzw. Fehlen einer Strategie zu ihrer Widerlegung (bzw., wenn auch aufgrund der Unmöglichkeit der Verifikation von Theorien immer nur mit vorläufigem Ergebnis, ihrer Verteidigung) abhängt.

Die Beispiele zeigen aber auch einen anderen wichtigen Aspekt des Denkens: seine Verwandtschaft mit dem Dialog. Da die menschliche Subjektivität uns meistens daran hindert, die effektivsten Einwürfe gegen unsere Theorien selbst zu entwickeln, können wir im Zusammenspiel einer Gruppe von Mit-Denkenden weit bessere Fortschritte machen als allein. Dieser Tatsache trägt die Organisation der Wissenschaft, der Politik, aber auch der Kunst in unserer Gesellschaft Rechnung, bei denen auf einen Entwurf einer Person immer wieder mit Gegen- oder Alternativentwürfen reagiert wird und so zunehmend komplexer werdende wissenschaftliche, politische und künstlerische Paradigmen entwickelt werden. Wenn wir allein eine Proposition auf Wahrheit oder Falschheit prüfen wollen, bleibt uns nichts anderes übrig, als sowohl den Verteidiger als auch den Kritiker der Proposition zu spielen: Wir *simulieren* einen Dialog. Die endoporeutische Methode der Interpretation wird diesem Aspekt des logischen Denkens gerecht.

3.5.4 Logik und Geometrie

Louis H. Kauffman zeigt in seinem Artikel „The Mathematics of C.S. Peirce“ sowie in seinem Buch zu Spencer-Browns „Laws of Form“[112] die enge Verbindung zwischen Logik und Geometrie auf. Es ist gut vorstellbar, dass das Gehirn diese Verbindung nutzt, um freier mit Logik umzugehen, als die engen Inferenzregeln (vgl. Abschnitt 3.4) es zulassen. Wer hindert uns daran, andere Transformationen als die strikt logischen vorzunehmen? Wir wissen dann allerdings, dass wir mit Widersprüchen zu rechnen haben; und selbst dort, wo diese nicht auftreten, ist uns nicht klar, ob unser Denken jetzt zu einem gültigen Ergebnis geführt hat oder ob es sich nur um ‚wilde Spekulation‘ aufgrund von vagen Übereinstimmungen handelt.

Dies entspricht tatsächlich dem intuitiven Eindruck von unserem Denken, den wir durch Introspektion erhalten können: Es scheint, als würden wir oftmals Ähnlichkeiten zwischen Strukturen sehen können, ohne genau zu erkennen, welchen Status wir dieser Übereinstimmung zuweisen sollen. Handelt es sich nur um eine zufällige Übereinstimmung zwischen verschiedenen Strukturen in verschiedenen Bereichen, oder haben wir einen grundlegenden mathematischen, logischen oder naturwissenschaftlichen Zusammenhang entdeckt? Der Erfolg von Mathematik, Logik und Naturwissenschaft beruht darauf, dass man sich auf die präzise begründbaren Übereinstimmungen konzentriert und diese festhält, die zufällig erscheinenden jedoch beiseite lässt. Dies darf uns jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, dass Intuition am Anfang der meisten wichtigen Entdeckungen steht. Und Intuition ist nicht logisch präzise.

Sie kann allerdings präzisiert werden, indem die intuitiv ‚gesehene‘ Übereinstimmung anhand der entsprechenden Inferenzregeln nachvollzogen wird. Wenn wir nicht nur die formale Logik, sondern auch die Logik der Alltagssprache dazunehmen, die solche nicht vollständig in formaler Logik erfassbaren Aspekte wie z.B. die Auswahl der relevanten Fakten aus dem potentiell unendlichen Tatsachenzusammenhang der uns umgebenden Wirklichkeit enthält, dann stellt jede anspruchsvolle Begründung einer Position, jede wissenschaftliche Arbeit eine solche Argumentation dar, die versucht, einen bestimmten – häufig ursprünglich durch Intuition gesehenen – Zusammenhang möglichst weitgehend zu präzisieren und zu begründen. Dass in vielen menschlichen Wissensbereichen unterschiedliche Positionen schlüssig argumentiert werden können, hängt damit zusammen, dass eine solche Präzisierung selten vollständig auf klare und unbestrittene logische Regeln zurückgeführt werden kann, wie die formale Logik sie als Axiome, Theoreme und Inferenzregeln annimmt. Eine Widerlegung wird versuchen, die Schwachpunkte in der Argumentation ausfindig zu machen, die in lückenhafter Begründung (in der Logik: Beweisführung), in problematischen Grundannah-

[112] Kauffman 2005. Zu „Laws of Form“ siehe Abschnitt 3.6.

men (Axiomen), in der mangelnden Kenntlichmachung von Voraussetzungen (Präsuppositionen) oder in der falschen Anwendung von Schlussregeln (Inferenzregeln) liegen können.

Tatsächlich werden wir, um diese Aspekte des menschlichen Denkens verstehen zu können, untersuchen müssen, wie das Gehirn mit solchen Argumentationen umgehen und sie trotz ihres nicht formal präzisen Erscheinungsbilds auf ihre Plausibilität hin untersuchen kann. Ich postuliere, dass es sich dabei um Ähnlichkeitsbeziehungen handelt, die nicht den formalen Ansprüchen genügen, wie sie sich in den Inferenzregeln einer Logik ausdrücken. Hier kommen viele Beziehungen in Frage: weitgehende Übereinstimmungen; Spiegelbeziehungen; Hinzufügung oder Löschung einzelner Elemente außerhalb der Regelanwendungen; das Hinzuziehen von Präzedenzfällen; oder einfach das ‚Nehmen einer Abkürzung' (die nicht Schritt für Schritt vollzogene Annahme einer gültigen Ableitung), das im Alltag entscheidend ist, um die ständigen Verstehens- und Entscheidungsansprüche, die sich an uns stellen, überhaupt in Echtzeit (d.h. ohne mit dem Denken in immer größere Verzögerung gegenüber der Gegenwart zu geraten) bewältigen zu können.

Entscheidend ist dabei jedoch, dass es hier *keine* strikten Regeln gibt, die von Anfang an festlegen, was erlaubt ist und was nicht. Erst das ermöglicht uns jene Freiheit des Denkens, die nie eine absolute ist, sondern von den uns bekannten Möglichkeiten abhängt, aber ihre kreative Erweiterung erlaubt. Zugleich macht es das Denken, sobald es nicht mehr den ausgetretenen Pfaden folgt, so störanfällig: Wir verstehen jetzt erst, warum das Ergebnis eines Denkprozesses normalerweise keine Proposition ist, für deren Wahrheitsstatus wir nur die Wahrheit der Prämissen zu überprüfen brauchen, sondern ein komplexes Gebäude, das an einigen Stellen stärker, an anderen schwächer ist, das modifiziert, in seiner Standfestigkeit verstärkt und auch – durch gezielten Angriff auf seine Schwachpunkte – zu Fall gebracht werden kann.

3.6 Spencer-Browns „Laws of Form": Logik und Selbstreferenz

3.6.1 Eine zweite graphische Logik

Das Peircesche System der Existenzgraphen ist isomorph zu Spencer-Browns System der „Laws of Form" (LoF).[113] Im gleichnamigen Buch,[114] das erstmals 1969 erschien, entwirft Spencer-Brown ein System der graphischen Logik, das äquivalent zur Aussagenlogik ist;[115] es zeichnet sich durch ungewöhnliche Einfachheit der Herangehensweise aus (nur ein Symbol und zwei Axiome werden benötigt). LoF ignoriert die Konventionen von Logikbüchern völlig, was nur teilweise durch die ungewöhnliche Herangehensweise begründbar ist und bei vielen Logikern den Eindruck eines ‚obskurantistischen' Werks hinterlassen hat. Tatsächlich ist es jedoch ein klares und in sich schlüssiges Buch, das allerdings darauf besteht, seine eigene Begrifflichkeit selbst dort zu prägen, wo die Verbindung zu herkömmlicher symbolischer Logik dies nicht unbedingt erwarten ließe. Dass diese Verbindung besteht und es sich keineswegs, wie gelegentlich behauptet wurde, um eine ganz neue Logik handelt, zeigt Philip Meguire in seiner ausführlichen Darstellung von „Laws of Form", die eine formal präzise Formulierung des Systems anbietet.[116] Auch Floyd Merrell stellt die Zusammenhänge zwischen EG und LoF in einem seiner Artikel kurz dar.[117]

Spencer-Brown entscheidet sich dafür, A B (A neben B gestellt) als „A oder B" zu interpretieren, während sie bei EG als „A und B" interpretiert werden. Daraus ergibt sich, dass bei LoF jede Proposition auf jedem geraden Level hinzugefügt werden kann, während bei EG diese Hinzufügung auf jedem ungeraden Level möglich ist.[118] Die unbeschriebene Fläche, in den EG eine „Assertionsfläche", ist in LoF eine „Alternativenfläche": Sie bietet eine Reihe von möglichen Sachverhalten an,

---

[113] Kauffman 2001; vgl. auch Meguire 2005: Absch. 6.1.

[114] Spencer-Brown 1979.

[115] Vgl. Banaschewski 1977. Ausführlich auch in Meguire 2003 und 2005.

[116] Meguire 2003 und 2005.

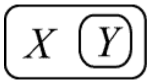
[117] Merrell 1997: 207.

[118] Vgl. die „1st Permission" von Peirce bzw. „Regel 1" von Zeman (siehe Abschnitt 3.4.1).

von denen mindestens einer wahr sein muss. Es ergibt sich, dass $X \supset Y$ in „Laws of Form“ als

$$\overline{X\,|}\; Y$$

dargestellt wird. Dem entspricht in den EG der sogenannte „scroll“:



Die Isometrie der Darstellungen ist hier direkt erkennbar; sie bleibt auch bei komplexeren Formeln erhalten.[119]

Louis H. Kauffman hat sich in zahlreichen Aufsätzen mit „Laws of Form“ (LoF) beschäftigt. In einem Buch, dass sich derzeit noch im Entwurfsstadium befindet, gibt er einen Überblick über die sehr weitreichenden Bezüge, die die Thematik von LoF in verschiedene Gebiete hat.[120] Dazu gehören u.a. Mereologie; Selbstreferenz; Rekursion und Lambda-Kalkül; Paradoxlogik; biologische Regelungsprozesse und DNA; Selbstorganisation (Autopoiese); elektronische Schaltkreise; Topologie mit Spezialproblemen wie dem Vier-Farben-Theorem und schließlich Knotentheorie (ein Spezialgebiet Kauffmans, zu dem er ein umfassendes Standardwerk[121] veröffentlicht hat).

Trotz dieser zahlreichen Querverbindungen besteht die einfachste und offensichtlichste Deutung der graphischen Strukturen, die „Laws of Form“ entwirft, in einem logischen System, das, wie bereits erwähnt wurde, äquivalent zur herkömmlichen Aussagenlogik ist. Seine Besonderheit liegt darin, dass es von der wohl einfachsten denkbaren Grundform, dem Treffen einer Unterscheidung, ausgeht. So beginnt Spencer-Brown auch (nachdem er im ersten Kapitel die beiden Axiome von LoF eingeführt hat) mit den Worten: „Draw a distinction“.[122] Aus dieser Grundform baut Spencer-Brown dann seine Logik auf. Damit kann man von diesem logischen System mit einem gewissen Recht sagen, dass es die Interpretation seiner eigenen Zeichen gewissermaßen ‚mitliefert‘; es benutzt nicht letztlich beliebige Zeichen, sondern nur ein Zeichen, dessen Funktionsweise es grundlegend aus seiner Bedeutung (dem „Treffen einer Entscheidung“) ableitet und entwickelt.

Auch das ist gemeint, wenn wir EG und LoF als nicht-symbolische logische Systeme bezeichnen: Die Relation zur Bedeutung der verwendeten Zeichen geht über eine bloße Motiviertheit hinaus, wie sie etwa ein ikonisches Zeichen für „Bahnübergang“, das Schranken und eine Lokomotive zeigt, besitzt; ein solches Ikon könnte ja ebensogut durch ein symbolisches Zeichen ersetzt werden. Die vorliegenden Logiken dagegen zeigen eine tiefgehende Verbindung zwischen Syntax und Semantik. Das macht sie in der Anwendung so außerordentlich fruchtbar, wie insbesondere die Arbeiten von Kauffman gezeigt haben.[123] Außerdem zeigen sie damit jenen Aspekt von Zeichensystemen auf, der über die in vielen Fällen ja sehr hilfreiche Trennung von Syntax und Semantik hinausgeht, eine Trennung, die Peirce jedoch bei der Entwicklung seiner Logik nicht gesehen hat und wohl auch nicht akzeptiert hätte.[124] Wiederum ist es Kauffman, der die Bedeutung dieses Zusammenhangs für die Beschreibung biologischer Prozesse und für die Grundlagen des Lebens erkannt hat: „There are those who would like to create cognition on the basis of syntax alone. But the cognition that we all know is a byproduct or an accompaniment to biology. Biological cognition

[119] Kauffman 2001: 93.

[120] Kauffman 2005.

[121] Kauffman, Louis H. (2001), *Knots and Physics.* 3. Auflage. Singapur: World Scientific. Dieses Werk zeigt weitreichende mathematische, physikalische und quantenmechanische Bezüge der Knotentheorie auf.

[122] Spencer-Brown 1979: 3.

[123] Zu nennen ist auch Niklas Luhmann, der sich bei der Entwicklung seines Denkens von „Laws of Form“ beeinflussen ließ. Die Verbindung ist jedoch eher locker.

[124] Pietarinen 2005: 115. Vgl. den Peirceschen Begriff der „diagrammatischen Syntax“, der sich auf Konzepte bezieht, die wir heute größtenteils unter „Semantik“ einordnen würden (ebd.).

comes from a domain where there is at base no distinction between syntax and semantics.“[125] Das Zitat stammt aus einem Aufsatz, der sich mit dem Zusammenhang zwischen Biologie und Logik, letztere verstanden als das Studium formaler Systeme, beschäftigt, insbesondere mit dem Zusammenhang zwischen Formalismen der Selbstreferenz und dem biologischen Phänomen der Replikation.[126]

3.6.2 Paradox!

Damit sind wir bei einem der interessantesten Aspekte von „Laws of Form“ angekommen: der Behandlung von Selbstreferenz und Paradox. Denn „Laws of Form“ ist zwar in seinen Grundzügen eine graphische Logik, die äquivalent zur Aussagenlogik ist, geht dann jedoch den außerordentlichen Schritt, diese zur Behandlung der Selbstreferenz zu erweitern, wobei es auch einen Vorschlag zum Umgang mit jenen Formen der radikalen Selbstreferenz macht, die zu Paradoxen führen.

Dieser Teil von LoF[127] hat zu verschiedenen Interpretationen Anlass gegeben. So gibt es die Interpretation von Francisco J. Varela,[128] der Kleenes dreiwertige Logik[129] auf LoF übertrug, wobei der dritte Wert als „Selbstreferenz“ interpretiert wird und dem Spencer-Brownschen „imaginären Wert“[130] entspricht. Die Interpretation hat allerdings den Nachteil, dass sie auf die Einführung von Zeit verzichtet und daher nicht erklären kann, warum Spencer-Brown seine Form E1 als „memory“ (‚Speicher‘)[131] und E4 als „counter“ (‚Zähler‘)[132] bezeichnet.

Die Erklärung dieser Funktionen gelingt Peter Turney.[133] Er zeigt,[134] dass sich Kap. 11 von „Laws of Form“ mit Hilfe der „Restricted Recursive Arithmetic“ von Alonzo Church[135] interpretieren lässt, dem ersten formalen System, das finite Automaten erfasst. Er weist darauf hin, dass „Laws of Form“ eine kompaktere Notation für finite Automaten bietet, zugleich aber schwächer ist. Er schlägt vor, wie die Notation so verändert werden kann, dass sie äquivalent mit Churchs Notation ist.[136] Es sei aber darauf hingewiesen, dass die Korrekturen zugleich einige der Vorteile des Spencer-Brownschen Systems zerstören; beispielsweise hält es Turney für hilfreich, das Spencer-Brownsche „mark“ (das er als „cross operator“ bezeichnet), also das Symbol, dass dem Peirceschen „cut“ entspricht, durch drei Operatoren zu ersetzen, die natürlich wieder vollständig symbolisch

125 Kauffman 2002: 27.

126 Kauffman 2002.

127 Spencer-Brown 1979: 54-76 (Kap. 11 und 12).

128 Varela 1975 und 1979.

129 Kleene, Stephen C. (1952), *Introduction to Metamathematics.* Amsterdam: North-Holland.

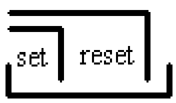
130 Spencer-Brown 1979: 61.

131 Spencer-Brown 1979: 56 und 61.

132 Spencer-Brown: 66f. Die Form teilt durch zwei; damit kann sie als Grundbaustein eines binären Zählers verwendet werden, der durch Hintereinanderschaltung mehrerer dieser Formen entsteht.

133 Turney 1986: 317. Turney analysiert den „Speicher“ (310f) und den „Zähler“ (314ff) auf und zeigt, dass sie, als elektrische Schaltkreise interpretiert, tatsächlich die Funktion eines Flipflops (E1) bzw. eines Teilers durch 2 (E4) übernehmen.

Die Form E1 kann als 1-bit-Memory interpretiert werden:



Eine Erläuterung der Darstellung verschiedener Speichermodule und zugleich eine Einführung in LoF mit dem Schwerpunkt auf der Schaltkreisinterpretation des Rekursionskapitels ist Gastellu 2002. Gastellu gibt hier auch eine Liste der 16 Booleschen Operatoren mit ihren Entsprechungen in LoF.

134 Turney 1986.

135 Church, Alonzo (1960), *Application of Recursive Arithmetic to the Problem of Circuit Synthesis.* In: *Summaries of Talks Presented at the Summer Institute for Symbolic Logic, Cornell University 1957.* Princeton: Institute for Defense Analyses: 3-50.

136 Turney 1986: 313.

sind. Wie die meisten Logiker versteht Turney offensichtlich nicht die semiotischen Aspekte logischer Notationen und erkennt überhaupt nicht die ikonischen Aspekte der Darstellung, die LoF einerseits so elegant machen, andererseits die von Kauffman aufgezeigten Verbindungen zu unterschiedlichen Bereichen von Mathematik, Logik und Semiotik erst möglich machen. Diese Möglichkeiten fehlen bei Churchs System völlig. Turneys Aufsatz ist dennoch sehr hilfreich, um das ausgesprochen kryptische Kapitel in LoF, das sich mit Rekursion beschäftigt (Kap. 11), zu verstehen und analytisch an konventionelle Logik anzuschließen.

Obwohl Turneys Analyse der Selbstreferenz-Kapitel von LoF als „Finite Automata“ im Sinne von Churchs RAA nützlich für ihr Verständnis ist, verzichtet sie auf eine Beschäftigung mit dem Umgang mit Paradoxen, den Spencer-Brown damit möglich machen will. Kauffman wählt hier einen anderen Ansatz. Er verweist auf die Flagg-Lösung als Möglichkeit für den Umgang mit Paradoxen,[137] die im wesentlichen darin besteht, einen Ausdruck als nicht-lokal zu betrachten und somit seine Ersetzung in der ganzen Gleichung zu fordern. Ausdrücke werden in der Methode von Flagg damit wie Variablen behandelt; die vorherige Widersprüchlichkeit wird als Ersetzungsanweisung interpretiert. Betrachten wir den Satz:

J = „Dieser Satz ist falsch“

Wenn J wahr ist, dann sagt J, dass J falsch ist.

Wenn J falsch ist, dann sagt J, dass J wahr ist.

Daraus ergibt sich:

J = Nicht-J

Ein bestimmtes Modell für die Flagg-Lösung betrachtet sie als Auflösung des Widerspruchs in eine zeitliche Abfolge. Eine klassische Beobachtung zu Paradoxen bestand in der Feststellung, dass sie verschwinden würden, wenn man auf das „tertium non datur“-Axiom verzichtet:

Wahr = P oder Nicht-P

Die Flagg-Lösung macht einen solchen Verzicht unnötig. Sie geht einfach davon aus, dass der scheinbare Widerspruch als ständige Selbst-Verneinung realisiert wird, was zu einem „Flackern in der Zeit“ führt:

J = … WFWFWFWFWFWFWFWF …

Für diese Formel gilt weiterhin:

J or Nicht J = W

zu jedem beliebigen Zeitpunkt. Unter Verzicht auf die Zeit entsteht dagegen ein neuer Wert, der „flackernde“ Wert der Selbstreferenz, der von Spencer-Brown als „imaginärer Wert“ bezeichnet wird.[138] Es gilt:

J = … WFWFWFWFWFWFWFWF …

Nicht J = … FWFWFWFWFWFWFWFW …

Kauffman kommentiert: „Thus in this model, the statement **J = Not J** becomes a meta-statement about the structure of the time series J, while the Flagg Resolution's law of substitution becomes a way of maintaining synchronicity by making either no phase shift, or simultaneous phase shifts in the course of calculation.“[139]

Statt der Darstellung als „time series“ ist auch die Modellierung als geordnetes Paar möglich:

J = [T,F]

Nicht J = [F,T]

J = Not J wird damit zu einer Aussage über die strukturelle Gleichheit der beiden sich daraus erge-

[137] Vgl. Kauffman (o.J.), dem meine vereinfachte Darstellung folgt, sowie Kauffman 1999. Einige der Implikationen dieses Umgangs mit Paradoxen werden in Kauffman u.a. 1984 diskutiert.

[138] Spencer-Brown 1979: 61.

[139] Kauffman o.J.: Abschnitt 3.

benden Serien.

Diese sehr verkürzte Darstellung kann die interessanten Möglichkeiten der Flagg-Lösung nur erahnen lassen.[140] Die Frage, ob sie als Lösung für den Umgang mit Paradoxen geeignet ist, wird von Logikern sicherlich unterschiedlich beantwortet werden; vielleicht wird sie von manchen als Trick empfunden. In unserem Kontext ist jedoch nicht allein die Definition formaler Logik interessant; bei der Suche nach einer adäquaten Darstellung der logischen Grundlagen des Denkens muss auch der empirische Befund betrachtet werden. Tatsächlich können Menschen logisch denken; zugleich aber können sie auch mit Paradoxen umgehen, ohne sie auflösen zu können. Tatsächlich sind Paradoxe kein ‚schwarzes Loch' für uns. Besäße unser Denken die Eigenschaften eines formalen Systems, wäre ein Verstehen von Paradoxen und ihrer Bedeutung nicht möglich: Wir könnten sie nur als sinnlos abqualifizieren. Tatsächlich zeigt jedoch die Geschichte der mathematischen Logik, wie ungeheuer fruchtbar die Beschäftigung mit Paradoxen gewesen ist; dies konnte sie nur sein, weil wir einen gewissen Einblick in die Struktur und Bedeutung von Paradoxen gewinnen können.

Meist beschäftigen wir uns mit Paradoxen, indem wir sie als *Bedeutungsbewegung* betrachten. „Dieser Satz ist falsch" analysieren wir in etwa so: „Wenn ich als Wahrheitswert des Satzes ‚wahr' annehme, dann sagt der Satz, wenn er sich selbst als falsch bezeichnet, etwas Falsches aus. Das widerspricht aber meiner Annahme, dass er wahr sei." Durch „Reductio ad impossibile" kann ich „wahr" ausschließen. „Wenn ich aber als Wahrheitswert des Satzes ‚falsch' annehme, dann sagt der Satz, wenn er sich selbst als falsch bezeichnet, etwas Wahres aus. Das widerspricht aber meiner Annahme, dass er falsch sei." Durch „Reductio ad impossibile" kann ich „falsch" ausschließen. Sofern ich das „tertium non datur"-Axiom akzeptiere, entsteht das Paradox.[141]

Nehme ich ‚wahr' an, wird der Satz gewissermaßen vor meinen Augen falsch; nehme ich ‚falsch' an, wird er wahr. Implizit ist hier immer bereits, dass ich erst einen Wert zuordne und dann Schritt für Schritt nachvollziehe, was passiert; könnte ich das nicht, würde ich auf die Zuordnung eines Wahrheitswerts verzichten müssen, da sich sofort und unmittelbar ein Widerspruch ergeben würde. Ich müsste auf die Erforschung der inneren Struktur des Paradoxes verzichten. Tatsächlich tun wir das aber nicht, sondern gehen etwa so vor, wie die obige Überlegung es wiedergibt. Dabei kommen wir zum Ergebnis, dass die Annahme von „wahr" den Satz falsch werden lässt und die Annahme von „falsch" den Satz wahr werden lässt. Da wir keinen Verlauf in der Zeit akzeptieren, sondern nur tatsächliche Wahrheitswerte, schließen wir: Der Satz ist widersprüchlich.

Tatsächlich ist dieser Schluss gültig, wenn wir nur „wahr" oder „falsch" als Wahrheitswerte zulassen. Aber wie gelangen wir eigentlich zu diesem Ergebnis? Indem wir betrachten, was der Satz mit sich selbst macht, *wenn er einen Wahrheitswert hat.* Wir betrachten also einen Verlauf in der Zeit: Auch wenn wir dies als Annahme einer Prämisse erklären, die zu einem Widerspruch führt („reductio ad impossibile"), ist ein solches Vorgehen doch nur möglich, wenn wir es dem Satz ausreichend lange erlauben, einen Wert tatsächlich zu haben, um zu sehen, was sich daraus ergibt. Aus wahr wird falsch; aus falsch wird wahr. Jeder strikte Logiker kann die „imaginären Werte" von Spencer-Brown für Unsinn erklären: Sie erfassen dennoch ein Stück der Realität unseres Denkens.

Der kürzlich verstorbene Kybernetik-Pionier Heinz von Foerster bestätigt, dass Paradoxe als Teil unserer Denkmöglichkeiten rehabilitiert werden müssen:

„Cybernetics considers systems with some kind of closure, systems that act on themselves – something which, from a logical point of view, always leads to paradoxes since you encounter the phenomena of self-reference. I thought that cybernetics was trying to bring into view a crucial point in logical theory – a point that is traditionally avoided by logic; one which Russell tried to eliminate

[140] Richard Shoup diskutiert die Verbindung des imaginären Wertes zu den imaginären Zahlen der Mathematik (Shoup 1993). Die so erweiterte Logik besitzt Eigenschaften, die auf verschiedene Gebiete der Physik verweisen. Querverbindungen in einige Gebiete der Mathematik werden in Kauffman 2005 aufgezeigt.

[141] Varelas Lösungsweg besteht darin, an dieser Stelle der Überlegung auf das „tertium non datur" zu verzichten und den sich ergebenden Wert („nicht wahr und nicht falsch") als dritten Wert einer dreiwertigen Logik nach Kleene zu modellieren. (Varela 1975 und 1979.)

by bringing in the theory of types. I thought of the theory of types as a miserable excuse for someone who doesn't want to take on the responsibility of saying 'I'm saying that,' because you are not supposed to say 'I' with the theory of types. […] Cybernetics, for me, is the point where you can overcome Russell's theory of types by taking a proper approach to the notions of paradox, self-reference, etc., something that transfers the whole notion of ontology – how things are – to an ontogenesis – how things become.

It is the dynamics of cybernetics that overcomes the paradox. The paradox produces a 'yes' when it says a 'no,' and then produces a 'no' from a 'yes.' It's always a production. In cybernetics you learn that paradox is not bad for you, but it is good for you, if you take the dynamics of the paradox seriously."[142]

4. Fazit

4.1 Jenseits der Berechenbarkeit

Die Krise des „Computationalismus", der Idee, dass das menschliche Denken fundamental berechenbar ist, macht es nötig, für die Grundlagen unserer Denkprozesse nach Alternativen zu suchen. Aber welche Prozesse bieten überhaupt die Möglichkeit, der Berechenbarkeit zu entkommen – und damit der Gödel-Falle, in die jedes ‚Computerhirn' tappen muss, weil sie der Erkenntnisfähigkeit mittels formaler Systeme prinzipielle Grenzen setzt? Hier bietet sich das Prinzip der Analogität an.

Jedes formale System beruht auf Symbolen. Das Gehirn dagegen verfügt in seinen Mechanismen, die auf einander beeinflussenden Synapsen basieren, über ein analoges Rechensystem. Die gegenseitige Beeinflussung von Synapsen und die Frage, ob eine bestimmte Synapse letztendlich feuert oder nicht, lässt sich zwar digital simulieren, aber eine solche Simulation bleibt immer nur eine Näherung. Zunächst ist allerdings unklar, warum Analogität einen entscheidenden Unterschied machen sollte.

Einen interessanten Ansatz bietet hier die graphische Logik von Peirce. Zwar handelt es sich um eine Logik, die mit der Aussagenlogik (Alpha-EG) bzw. mit der Prädikatenlogik (Beta-EG) äquivalent sind, doch besitzt sie darüber hinaus weitere Aspekte. So liefert sie eine Analyse der Identität und Kontinuität innerhalb der Propositionen, die sie darstellt. Sie fußt nicht nur auf Symbolen, sondern besitzt auch ikonische und indexikalische Eigenschaften. Damit zeigt sie semiotische Merkmale, die weit über klassische symbolische Logik und deren Funktionsweise hinausgehen.

Aber wozu das Ganze? wird der Skeptiker hier fragen. Wenn eine klassische Logik doch den Job genauso gut macht, wozu sollen dann diese analogen Eigenschaften gut sein? Und wenn Symbole ausreichen, wozu dann ikonische und indexikalische Bestandteile in eine Logik einbauen? Wozu analog vollziehen, was in symbolischer Logik digital funktioniert – womit es für einen Computer erfassbar wird, während dies bei einer auf analogen Prinzipien wie Kontinuität basierenden Logik nie ohne Reduktion möglich ist? Das alles macht es doch nur unnötig kompliziert!

Tatsächlich ist es wohl diese Einstellung, die eine genauere Rezeption der faszinierenden und erstaunlich weit ausgearbeiteten graphischen Logik von Peirce bei vielen Logikern und Philosophen verhindert hat. Doch die Beweislage gegen ein rein symbol-logisches Denken, die sich immer mehr verdichtet, verändert das Bild vollkommen. Obwohl es von manchen Philosophen, Kognitionswissenschaftlern – insbesondere von den Vertretern der klassischen KI und von den auf Berechenbarkeit (d.h. den „Computationalismus") setzenden Kognitionsforschern[143] – noch nicht erkannt wur-

---

[142] Ausschnitt aus einem Interview mit Heinz von Foerster von 1994. http://www.stanford.edu/group/SHR/4-2/text/interviewvonf.html. Einsicht am 09.04.05.

[143] In ihrem Buch über neue Erkenntnisse in der nicht-computationalistischen Kognitionsforschung unterscheiden Eleanor Rosch, Evan Thompson und Francisco J. Varela zwischen drei Paradigmen der „cognitive science" (‚Kognitionswissenschaft'): „Cognitivism", „Emergence" und „Enactive" (vgl. die Graphik in Rosch u.a. 1991: 7). Die genannten Forscher würden hier unter „Cognitivism" fallen; dieser Ansatz entspricht der klassischen Kognitionsforschung, die in Anlehnung an die KI das Gehirn als eine symbolverarbeitende Maschine, letztlich also einen auf bio-

de: Wir müssen nach den Grundlagen des Denkens suchen, die es von einem formalen System unterscheiden und es nicht-berechenbar machen. Damit wird der scheinbare Nachteil, den unser Skeptiker kritisiert hatte, zu einem Vorteil: Die nicht-symbolischen Aspekte können in einem auf graphischer Logik basierenden Modell des Denkens genutzt werden, um den in Logik und Mathematik mittlerweile wohlbekannten Grenzen der Berechenbarkeit zu entgehen.

Nicht-symbolische Repräsentation von logischen Propositionen, wie sie eine graphische Logik wie die Peirceschen Existenzgraphen oder Spencer-Browns „Laws of Form" ermöglichen, ist dabei ein guter Anfang.

4.2 Zeichendarstellung im Gehirn

Die Wiederentdeckung der Semiotik und ihre Neubegründung als moderne interdisziplinäre Grundlagenwissenschaft, an der Peirce entscheidenden Anteil hatte, hat uns eine wichtige Erkenntnis gebracht: Allen Denkprozessen liegen Zeichen zugrunde. Ohne Zeichengebrauch ist keine Repräsentation der Wirklichkeit im Gehirn denkbar; und ohne eine solche Repräsentation wäre eine sinnvolle Interaktion von Lebewesen mit der Welt nicht möglich.

In dieser Arbeit wurde angenommen, dass der Peircesche Zeichendekalog einen sinnvollen Ausgangspunkt für die Klassifikation der Zeichen im Gehirn darstellt. Der Zeichendekalog wurde untersucht und es wurde festgestellt, dass er trotz einiger Schwächen eine überzeugende Bandbreite von Gedankenzeichen (den Peirceschen „phanerons") zur Verfügung stellt. Doch wie kann man sich seine Repräsentation im Gehirn vorstellen?

Hier zeigt es sich, dass Peirce seine Kategorienlehre nicht zufällig als theoretische Grundlage von Logik, Semiotik und Epistemologie formuliert hatte. Mit ihrer Hilfe gelingt es, eine Verbindung zwischen dem Zeichen-Dekalog als Grundlage der Semiotik und der graphischen Logik von Peirce herzustellen. Dabei ist dies gar nicht so einfach: Dass Peirce die Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit und die verschiedenen damit verbundenen, triadisch gegliederten Eigenschaftseinteilungen (wie z.B. Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit) in ganz verschiedenen Bereichen anzuwenden versucht, muss nicht verwundern. Wie können wir wissen, ob wir es wirklich mit einer grundlegenden Übereinstimmung zu tun haben? Sind Erstheit, Zweitheit und Drittheit im Bereich der Semiotik tatsächlich dieselben wie im Bereich der graphischen Logik?

Als schlüssiges Indiz dafür kann die Gültigkeit der Reduktionsthese in dem jeweiligen Bereich gelten, die zum einen die Nicht-Reduzierbarkeit genuiner Triaden, zum anderen die Reduzierbarkeit jeder höherwertigen Relation postuliert. Diese These war Peirce so wichtig, dass er sie in den Mittelpunkt seiner Kategorienlehre stellte und immer wieder betonte, dass echte Drittheit (in seinem Sinne) nur dort gegeben ist, wo Nichtreduzierbarkeit der genuinen Triade vorliegt. Wie wir gesehen haben, gelingt es, die Nicht-Reduzierbarkeit in der graphischen Logik Peirces nachzuweisen! Dieses Ergebnis wird in den zitierten Arbeiten von Brunning von Burch für die Relationenlogik gewonnen; es ist jedoch auf die Beta-Existenzgraphen übertragbar, wo die Identitätslinien die Analyse der kategorialen Wertigkeit übernehmen. Mit anderen Worten: Die graphische Logik von Peirce zeigt in den Grundkategorien eine Übereinstimmung mit der Semiotik, die darin besteht, dass sich die von Peirce ständig betonte Nicht-Reduzierbarkeit triadischer Relationen, die die Besonderheit seines Zeichen-Modells gegenüber dem auf der dyadischen Relation beruhenden Modell Saussures

logischen Grundlagen basierenden Computer betrachtet („Computationalismus") (ebd.: 7f). „Emergence" ist dagegen jener Ansatz, der neuronale Netze als Grundlage der menschlichen Intelligenz postuliert. Er hat erkannt, dass eine globale und holistische Herangehensweise besser funktioniert und versucht, Intelligenz als emergente Eigenschaft eines Netzwerks von Neuronen zu verstehen (ebd.: 8). „Enactive" schließlich ist der neue, von den Autoren des Buchs verfochtene Ansatz, der die Grundannahmen der ersten beiden Ansätze als „Objektivismus" identifiziert, jene seit Jahrtausenden der abendländischen Kultur zugrundeliegende Annahme, dass es eine objektive Welt gibt und wir diese durch unser Denken repräsentieren. „Enactive cognitive science" stellt den Objektivismus und die damit zusammenhängende Auffassung von Denken als Repräsentation in Frage (ebd.: 9). Das Buch bietet viele interessante Anregungen zu dem hier diskutierten Thema der Grundlagen des Denkens nach der Widerlegung des „Computationalismus", ohne sich aber mit Peirce, Semiotik oder graphischer Logik auseinanderzusetzen.

ausmacht, direkt in die Beziehungen der Existenzgraphen und der Relationenlogik übertragen lässt.

Diese Übereinstimmung ist sehr wichtig: Sie zeigt, dass wir es in der graphischen Logik tatsächlich mit Monaden, Dyaden und Triaden zu tun haben. Diese sind zugleich die Bausteine, aus denen sich der Peircesche Zeichen-Dekalog aufbauen lässt. Die grundlegende dreifache Unterscheidung genügt für die Konstruktion der zehn Zeichen-Typen. Dass dieselbe Untergliederung sich in der graphischen Logik wiederfindet und sich auch dort als nicht-reduzierbar erweist, zeigt, dass die graphische Logik durchaus als Grundlage für die Zeichen-Repräsentation im Gehirn in Frage kommt.

Weiterhin hat sich enge Verwandtschaft der EG mit Spencer-Browns „Laws of Form" als anregend erwiesen: Wir haben gesehen, dass „Laws of Form" nicht nur den Umgang mit Selbstreferenz ermöglicht, sondern auf diesem Wege auch einen Umgang mit Paradoxen ermöglicht, der die scheinbare Widersprüchlichkeit in eine zeitliche Abfolge auflöst. Damit wird es möglich, die radikale Selbstreferenz – womit eine Selbstreferenz gemeint ist, die durch Verneinung in Verbindung mit einer punktuellen Gleichsetzung von Metasprache und Objektsprache zu einem Paradox führt – zu entschärfen und in eine legitime Form des Selbstbezugs aufzulösen. Damit hat Spencer-Browns graphische Logik, bezieht man sie in ein Modell des Denkens ein, die Möglichkeit, einen Aspekt unseres Denkens zu erklären, der es von formalen Systemen unterscheidet: Wir können mit Paradoxen umgehen; wir können sie in ihrer Widersprüchlichkeit verstehen, ohne in die Falle der vollständigen Beliebigkeit zu geraten (wie es bei einer formalen Logik durch die Einführung einer Inkonsistenz geschieht, da aus einem Widerspruch alles folgt); und wir brauchen sie dazu nicht zu ignorieren, wie es uns die Einschränkungen der Selbstreferenz auferlegen, die gewöhnlich zur Rettung der Konsistenz formaler Logiken benutzt werden (beginnend mit Russells „Theory of Types").

Und vielleicht ist es ja kein Zufall, dass für uns die erstaunlichen Eigenschaften der Selbstreferenz, auf denen die Theorie der rekursiven Funktionen und die daraus hervorgehenden Phänomene der Komplexitätstheorie beruhen und die in den letzten Jahrzehnten einen ersten Einblick in die ‚Werkstatt der Natur' ermöglicht haben, kein verbotenes Gebiet bleiben müssen, wie es der Fall wäre, wenn wir ebenso anfällig wären für das notwendig mit uneingeschränkter Selbstreferenz einhergehende Auftreten von Paradoxen, wie die formale Logik es ist? Stattdessen finden wir sie spannend und lassen uns von Paradoxen inspirieren – die anhaltende Faszination der Bilder von M.C. Escher beweist es. Vielleicht liegt das daran, dass Selbstreferenz nicht nur die altbekannten hübschen Formen wie Schneckenhäuser oder Schneekristalle erzeugt, sondern auch in der Konstitution unseres Selbst und des menschlichen Bewusstseins eine Rolle spielt, die nur durch beständige Selbstreferenz möglich sind? So betrachtet, wird das Paradox zu einem notwendigen Teil von uns.

Sicher ist jedenfalls, dass Gödels Theorem, das den Unterschied des menschlichen Denkens zu einem formalen System und damit zu allen Computern bewiesen hat, das aufregendste Beispiel einer tiefen und überraschenden Erkenntnis ist, die auf raffiniert gewählter Selbstreferenz beruht.

5. Literatur

Banaschewski, Bernhard (1977), „On G. Spencer Brown's Laws of Form“. *Notre Dame Journal of Formal Logic 18, 3:* 507-509.

Brunning, Jaqueline (1994), „Peirce’ Unterscheidung zwischen genuinen und degenerierten Triaden“. In: Pape 1994: 114-125.

Brunning, Jaqueline (1997), „Genuine Triads and Teridentity“. In: Houser u.a. 1997: 252-263.

Burch, Robert W. (1997), „Peirce’s Reduction Thesis“. In: Houser u.a. 1997: 234-251.

DeLong, Howard (1970), *A Profile of Mathematical Logic.* London u.a.: Addison-Wesley.

Houser, Nathan, Don D. Roberts und James Van Evra (Hg.) (1997), *Studies in the Logic of C.S. Peirce.* Bloomington u.a.: Indiana University Press.

Gastellu, Francis (2002), „Memory forms“. causaergosum.net/lof/memory_forms.html. Einsicht am 20.02.05.

Kappner, Stefan (2004), *Intentionalität aus semiotischer Sicht.* Berlin: Walter de Gruyter.

Kauffman, Louis H. und Francisco J. Varela (1984), „Form Dynamics“. *Journal of Social and Biological Structures 3:* 171-206.

Kauffman, Louis H. (1999), „Virtual Logic – The Flagg Resolution“. *Cybernetics and Human Knowing 6, 1:* 87-96.

Kauffman, Louis H. (2001), „The Mathematics of Charles Sanders Peirce“. Cybernetics & Human Knowing 8, 1-2: 79-110.

Kauffman, Louis H. (2002), „Biologic“. http://www2.math.uic.edu/~kauffman/Biologic.pdf. Einsicht am 08.04.05.

Kauffman, Louis H. (2005), *Laws of Form – An Exploration in Mathematics and Foundations. Rough Draft.* Unveröffentlichtes Typoskript. 163 S.

Kauffman, Louis H. (o.J.), „Time, Imaginary Value, Paradox, Sign and Space“. http://www2.math.uic.edu/~kauffman/TimeParadox.pdf.

Lakoff, George (1987), *Women, Fire and Dangerous Things. What Categories Reveal About the Mind.* Chicago: University of Chicago Press.

Marty, Robert (1982), „C.S. Peirce’s Phaneroscopy and Semiotics“. *Semiotica 41, 1/4:* 169-181.

Meguire, Philip (2003), „Discovering Boundary Algebra: A Simple Notation for Boolean Algebra and the Truth Functors“. *International Journal of General Systems 32:* 25-87.

Meguire, Philip (2005), „Boundary Algebra: A Simple Notation for Boolean Algebra and the Truth Functors“. Erweiterte Version von Meguire 2003. Unveröffentlichtes Typoskript. 88 S.

Merrell, Floyd (1995), *Semiosis in the Postmodern Age.* West Lafayette: Purdue University Press.

Merrell, Floyd (1997), „Do We Really Need Peirce's Whole Decalogue of Signs?“ *Semiotica 114, 3/4:* 194-286.

Merrell, Floyd (1998), *Sensing Semiosis. Toward the Possibility of Complementary Cultural “Logics”.* New York: St. Martin’s Press.

Pape, Helmut (Hg.) (1994), *Kreativität und Logik. Charles S. Peirce und das philosophische Problem des Neuen.* Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Penrose, Roger (1989), *The Emperor’s New Mind.* Oxford University Press.

Penrose, Roger (1994), *Shadows of the Mind.* Oxford University Press.

Peirce, Charles S. (1931-1958), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce.* Hg. von Charles Hartshorne, Paul Weiss und Arthur Burks. 8 Bde. Cambridge MA: Harvard University Press.

Pietarinen, Ahti-Veikko (2003), „Peirce's Magic Lantern of Logic: Moving Pictures of Thought“.

http://www.helsinki.fi/science/commens/papers/magiclantern.pdf. Einsicht am 26.02.05.

Pietarinen, Ahti-Veikko (2005), *Signs of Logic: Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication.* Heidelberg: Springer. Kap. 1-6 auch unter http://www.helsinki.fi/~pietarin/courses/peirce.html. Einsicht am 27.02.05.

Posner, Roland (2003), „Kultursemiotik". In: Ansgar Nünning und Vera Nünning (Hg.), *Konzepte der Kulturwissenschaften. Theoretische Grundlagen – Ansätze – Perspektiven.* Stuttgart u.a.: Metzler: 39-72.

Putnam, Hilary (1981), *Reason, Truth and History.* Cambridge: Cambridge University Press.

Roberts, Don D. (1973), *The Existential Graphs of Charles S. Peirce.* Den Haag: Mouton.

Rosch, Eleanor, Evan Thompson und Francisco J. Varela (1991), *The Embodied Mind. Cognitive Science and Human Experience.* Cambridge MA: MIT Press.

Savan, David (1988), *An Introduction to C.S. Peirce's Full System of Semeiotic.* Toronto: Toronto Semiotic Circle.

Searle, John (1980), „Minds, Brains, and Programs". *Behavioral and Brain Sciences 3:* 417-424.

Shin, Sun-Joo (2002), *The Iconic Logic of Peirce's Graphs.* Cambridge MA: MIT Press.

Shoup, Richard G. (1993), „A Complex Logic for Computation with Simple Interpretations for Physics". http://www.rgshoup.com/prof/pubs/CompLogic.pdf. Einsicht am 14.04.05.

Sowa, John F. (1997), „Matching Logical Structure to Linguistic Structure". In: Houser u.a. 1997: 418-444.

Sowa, John F. (2003a), „MS 514 by Charles Sanders Peirce with Commentary by John F. Sowa". http://www.jfsowa.com/peirce/ms514.htm. Einsicht am 19.02.05.

Sowa, John F. (2003b), „Laws, Facts, and Contexts: Foundations for Multimodal Reasoning". http://www.jfsowa.com/pubs/laws.htm. Einsicht am 15.04.05.

Spencer-Brown, George (1979), *Laws of Form.* New York: E.P. Dutton. Erstmals erschienen als: Spencer-Brown, George (1969), *Laws of Form.* London: George Allen & Unwin.

Turney, Peter (1986), „Laws of Form and Finite Automata". *International Journal of General Systems 12, 4:* 307-318.

Varela, Francisco J. (1975), „A Calculus for Self-reference". *International Journal of General Systems 2:* 5-24.

Varela, Francisco J. (1979), „The Extended Calculus of Indications Interpreted as a Three-valued Logic". *Notre Dame Journal of Formal Logic 20:* 141-146.

Zeman, J. Jay (2002), *The Graphical Logic of C.S. Peirce.* http://www.clas.ufl.edu/users/jzeman/ Einsicht am 14.04.05. Korrigierte und aktualisierte Version von: Zeman, J. Jay (1964), *The Graphical Logic of C.S. Peirce.* Diss., University of Chicago.